

2. Elektrische Leitung und Potentiale Ionenleitung und EKG

2.1 Medizinischer Bezug und Ziele des Versuches

Die Grundbegriffe der Elektrizitätslehre werden in der Medizin in den verschiedensten Bereichen benötigt, z.B. bei der Entwicklung und dem sachgerechten Betrieb fast aller medizintechnischen Geräte, oder zum Verständnis physiologischer Zusammenhänge. Der Versuch ist in zwei Abschnitte eingeteilt:

Ionenleitung/Elektrolyte: Es werden Leitungsmechanismen untersucht, die auch im menschlichen Körper eine grosse Rolle spielen. Zu den Grundbegriffen, die im Versuch behandelt werden, gehören insbesondere Stromstärke, Spannung, Leitwert, Widerstand sowie die zugehörigen spezifischen Grössen Leitfähigkeit und spezifischer Widerstand. Korrekterweise müssten alle genannten Begriffe mit dem Zusatz “elektrisch” versehen werden, da insbesondere die Begriffe Stromstärke, Widerstand und Leitwert auch in der Strömungsmechanik (siehe Versuch “Strömungsmechanik / Blutkreislauf”) verwendet werden. Es besteht auch tatsächlich bezüglich der Beschreibung von Stromkreisen und deren Eigenschaften eine sehr weitgehende Analogie zwischen der Strömungsmechanik und der Elektrizitätslehre. Sie werden im ersten Versuchsteil die Eigenschaften eines Ohmschen Widerstandes und von Elektrolyten untersuchen. Als Beispiele dienen dabei aufgrund ihrer physiologischen Relevanz Kaliumchlorid, Calciumchlorid und Natriumchlorid. Die Konzentrationen dieser Ionen besitzen einen wesentlichen Einfluss auf die Leitungseigenschaften der intra- und extrazellulären Flüssigkeiten.

Elektrische Potentiale (EKG): Ein wichtiger Grundbegriff der Elektrizitätslehre ist der des elektrischen Potentials bzw. der Potentialverteilung. Er ist Grundlage für die Erklärung der Entstehung von Signalen in Elektrokardiogrammen (EKG) und Elektroenzephalogrammen (EEG). Da der menschliche Körper ein leitfähiges Medium ist, ist das Auftreten elektrischer Potentialdifferenzen (auch als elektrische Spannung bezeichnet) dort immer mit Strömen verbunden. Im Falle des EKG führt die Erregungsausbreitung am Herzen zu extrazellulären Strömen im gesamten Körper. Durch diese Ströme kommt es zu einer Potentialverteilung im

Körper und auf der Körperoberfläche. Mit den EKG-Elektroden werden Potentialdifferenzen zwischen bestimmten Punkten auf der Körperoberfläche erfasst. Die Aufzeichnung der Potentialdifferenzen lässt Rückschlüsse zu auf die Richtung, die Stärke und den zeitlichen Verlauf der Erregungsausbreitung. Solche Rückschlüsse sowie ein Erkennen von Artefakten im Messsignal sind nur dann möglich, wenn die prinzipiellen Zusammenhänge zwischen der Erregungsausbreitung am Herzen und den gemessenen Potentialdifferenzen bekannt sind. Da der menschliche Körper ein dreidimensionales und zudem noch inhomogen leitendes Medium darstellt, sind diese Zusammenhänge sehr komplex. Zur Vereinfachung werden Sie im Versuch zunächst mit einem eindimensionalen, homogen leitfähigen Modell arbeiten. Hieran können Sie die Potentialverteilung, die sich beim Anschluss einer Stromquelle ergibt, und die daraus resultierenden Potentialdifferenzen (oder Spannungen) untersuchen.

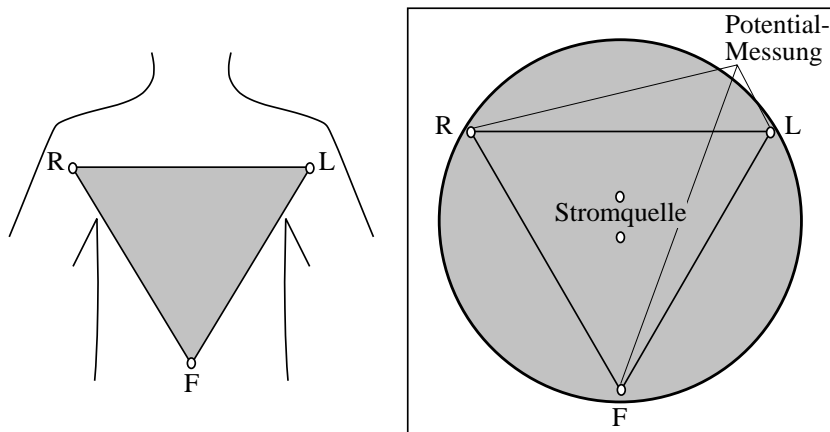


Abbildung 2.1.1: *EKG-Ableitung nach Einthoven und das zweidimensionale EKG-Modell.*

Im nächsten Schritt verwenden Sie ein zweidimensionales, immer noch homogen leitfähiges Modell in Form einer Kreisscheibe (Abb. 2.1.1). Der Anschluss einer Stromquelle an zwei Punkten im Zentrum der Kreisscheibe ergibt eine Potentialverteilung, die derjenigen sehr ähnlich ist, die die Herzerregung auf dem Rumpf des menschlichen Körpers hervorruft. Die Lage der Anschlüsse für die Stromquelle kann dabei mit der Lage der Erregungsfront am Herzen verglichen werden. In Analogie zur Anordnung der EKG-Elektroden nach Einthoven (R: rechter Arm, L: linker Arm, F: linker Fuss) messen Sie die Potentialdifferenzen zwischen drei festen Punkten und deren Änderung in Abhängigkeit von der Lage der Anschlüsse der Stromquelle. Diese Potentialdifferenzen werden beim EKG als Ableitungen bezeichnet. Mit Hilfe der Messungen können Sie die Entstehung von EKG-Signalen prinzipiell erklären. Ausserdem können Sie an den Modellen z.B. die Fragen klären, warum die EKG-Elektroden nicht - wie in Abb. 2.1.1 angedeutet - am Rumpf, sondern an den Händen und am Fuss angebracht werden und welchen Einfluss Lage und Kontakt der Elektroden auf die gemessenen Signale haben.

Die Versuchsaufbauten sind elektrische Schaltungen. Es ist üblich, solche Schaltungen durch Schaltbilder zu beschreiben. In Schaltbildern sind die benutzten Bauteile durch Symbole und deren Ver-

bindungen (also die Kabel) durch Striche dargestellt. Die Abbildung (Abb. 2.1.2) zeigt für einige wichtige Bauteile die zugehörigen Schaltsymbole.











Bauteil	Schaltsymbol	Bauteil	Schaltsymbol
Stromquelle		Amperemeter	
Spannungsquelle		Ohmmeter	
Kabelkreuzung (nicht leitend)		Ohmscher Widerstand	
Kabelkreuzung (leitend)		Diode	
Voltmeter		Kondensator	

Abbildung 2.1.2: Tabelle mit Symbolen wichtiger elektronischer Bauteile.

2.2 Versuchsdurchführung

Wichtig! Eine Bemerkung gleich zu Anfang: Die grauen Platten für den zweiten Teil des Versuches haben eine empfindliche Oberfläche. Bitte legen Sie keine Sachen auf den Platten, insbesondere der runden Graphitscheibe ab. Vielen Dank!

2.2.1 Ionenleitung und Elektrolyte

2.2.1.1 Elektrischer Leitwert und Widerstand

Stoffe, in denen durch Ladungsträger (Elektronen oder Ionen) elektrische Ladung transportiert werden kann, wie Metalle oder Elektrolyte (z.B. eine NaCl-Lösung), bezeichnet man als elektrische Leiter, den Vorgang des Ladungstransportes darin als (elektrischen) Strom. Diesen beschreibt man durch die (elektrische) Stromstärke I , d.h. die Ladung die pro Zeit durch eine beliebige Querschnittsfläche des Leiters transportiert wird. Folge eines Stroms ist ein Energieverlust der Ladungsträger, der sich als Spannung U (oder Spannungsabfall) längs des Leiters äussert. Sie sollen im Folgenden diesen Zusammenhang zwischen Stromstärke und resultierendem Spannungsabfall untersuchen. Dazu stehen Ihnen zur Verfügung:

- Eine Stromquelle, die wahlweise Gleichstrom oder Wechselstrom liefert (Umschalter). Für den ersten Versuchsteil benötigen Sie nur Gleichstrom, d.h. die Ladung wird immer in der gleichen Richtung transportiert. Die Stromstärke können Sie an einem Drehknopf variieren.
- Zwei Digitalmultimeter, mit denen Sie Stromstärke und Spannung messen können. In beiden Fällen ist die COM-Buchse anzuschliessen, bei Messung der Stromstärke zusätzlich die A-Buchse (verwenden Sie die “2A”- bzw. “mA”-Buchse), bei Spannungsmessung die V-Buchse.

Ausserdem müssen Sie mit dem Wahlschalter einstellen, in welcher Einheit (Ampere oder Volt) und in welchem Messbereich Sie messen wollen.

- Ein Ohmscher Widerstand auf Sockeln.
- Ein Steckbrett zum Aufbau der Schaltung.

Ohmscher Widerstand Zunächst sollen Sie an einem besonders einfachen elektrischen Bauteil, einem Ohmschen Widerstand den Zusammenhang zwischen Stromstärke und resultierendem Spannungsabfall untersuchen. Ein ähnliches Verhalten wie der Ohmsche Widerstand zeigen sowohl eine grosse Zahl (passiver) Ionenkanäle, als auch – bei geringen Strömen – der menschliche Körper als Ganzes.

- Bauen Sie dazu auf dem Steckbrett die in Abb. 2.2.1 skizzierte Schaltung auf und lassen Sie sie durch den Assistenten überprüfen.
- Schalten Sie die Stromquelle und das Amperemeter ein (beides auf Gleichstrom bzw. DC) und stellen Sie einen Strom von 5 mA ein. (Falls das Amperemeter keine positiven Werte anzeigt, vertauschen Sie die Kabel an den Anschlüssen des Amperemeters).

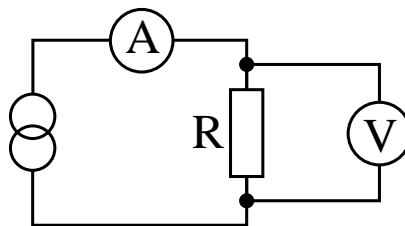
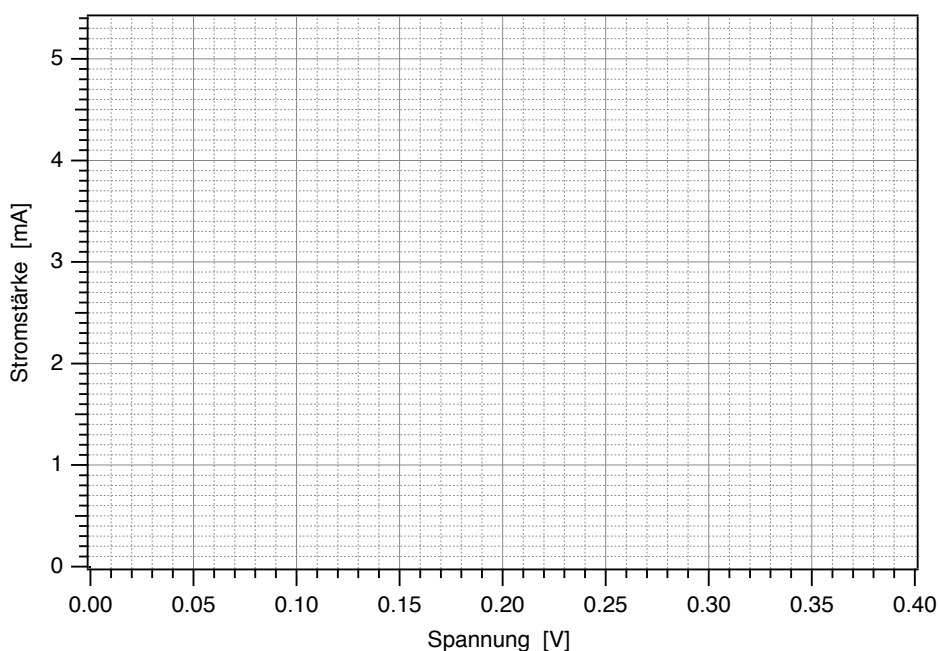


Abbildung 2.2.1: Schaltung zur Widerstandsmessung.

Jetzt haben Sie einen geschlossenen Stromkreis, in dem der Strom von der Stromquelle aus durch den Widerstand und das Amperemeter wieder zur Stromquelle zurück fliesst. Das Voltmeter muss parallel zum Widerstand angeschlossen sein. Es muss auf Gleichspannung eingestellt sein und sollte zunächst positive Werte anzeigen (ggf. COM- und V-Anschluss vertauschen).

- ◇ Nehmen Sie für 4 verschiedene Stromstärken zwischen 0 mA und 5 mA die am Ohmschen Widerstand abfallenden Spannungen auf. Tragen Sie Stromstärke und Spannung in die Tabelle und die nachfolgende Graphik ein. Zeichnen Sie eine Ausgleichskurve (bzw. –gerade) ein. Eine solche graphische Darstellung der elektrischen Eigenschaften eines Bauteils bezeichnet man als dessen **Kennlinie**.

Messungen am Ohmschen Widerstand				
I [mA]				
U [V]				



- ◇ Welcher Zusammenhang besteht hier zwischen Stromstärke und Spannung?

Aus der Kennlinie eines Bauteils kann für jede Stromstärke (innerhalb des vermessenen Bereiches) dessen **Leitwert** G abgeleitet werden: der Leitwert G bei einer bestimmten Stromstärke I ist der Quotient aus der Stromstärke und der bei dieser Stromstärke auftretenden Spannung, die aus der Kennlinie abzulesen ist. Die Einheit des Leitwertes heisst Siemens (abgekürzt S), wobei gilt: $1 \text{ S} = 1 \text{ A/V}$.

- ◇ Bestimmen Sie den Leitwert für zwei verschiedene Stromstärken aus der Kennlinie (der Ausgleichsgeraden), möglichst weit über den gesamten Messbereich verteilt. Beachten Sie hierbei die Einheiten (mA bzw. A)!

Leitwert des Ohmschen Widerstands		
I [mA]		
U [V]		
G [S=A/V]		

- ◇ Wie hängt der Leitwert des Ohmschen Widerstands von der Stromstärke ab?
- ◇ Häufig wird alternativ zum Leitwert der **Widerstand** R eines Bauteils angegeben. Dieser ist definiert als der Kehrwert des Leitwertes, also als Quotient aus Spannung und Stromstärke, die Einheit heisst Ohm und wird abgekürzt durch das Symbol Ω mit $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$. Wie gross ist der Widerstand hier?

$$\text{Widerstand } R = \frac{1}{G} =$$

2.2.1.2 Leitfähigkeit von Elektrolyten

Bei den intra- und extrazellulären Flüssigkeiten im menschlichen Körper handelt es sich um Elektrolyte, d.h. Flüssigkeiten, in denen positive (u.a. Na^+ , K^+ und Ca^{2+}) und negative (u.a. Cl^-) Ionen gelöst sind. Durch die Bewegung dieser Ionen kann in einem Elektrolyten elektrische Ladung transportiert werden, also ein elektrischer Strom fließen. Sie sollen jetzt die Leitungseigenschaften eines Elektrolyten untersuchen, der aus einer 0.1-molaren NaCl-Lösung besteht, d.h. 0.1 mol NaCl Moleküle sind in einem Liter destilliertem Wasser gelöst und liegen darin als Na^+ und Cl^- Ionen vor⁸. Diese Ionenkonzentrationen sind vergleichbar mit denen positiver bzw. negativer Ionen in der Intra- und Extrazellulärflüssigkeit; deren Zusammensetzung ist jedoch komplizierter. Wenn in einem Elektrolyten ein Gleichstrom, d.h. ein Strom mit immer gleicher Stromrichtung, fließt, so werden die Ionen getrennt (Elektrolyse, siehe Abb. 2.2.2). Im Falle einer NaCl-Lösung hiesse dies, dass sich Na^+ an der Kathode ansammeln und Natronlauge bilden würde, an der Anode entstände Chlor, die jeweilige Konzentration hinge von der Stromdichte ab.⁹

Abhängigkeit des Leitwertes von der Stromstärke Zunächst sollen Sie überprüfen, ob der Elektrolyt ein ohmsches Verhalten zeigt, d.h. der Leitwert unabhängig von der Stromstärke ist. Dazu müssen Sie eine Kennlinie aufnehmen:

- Stecken Sie die beiden Metallelektroden mit einem Mindestabstand von etwa 8 cm in die Wanne. Füllen Sie die Wanne bis zur unteren Markierung an den Elektroden (Eintauchtiefe 1 cm) mit der 0.1-molaren NaCl-Lösung.
- Die Schaltung ist prinzipiell die gleiche wie in Abb. 2.2.1 skizziert. Entfernen Sie den Ohmschen Widerstand aus dem letzten Versuch vom Steckbrett und stecken Sie an dieser Stelle die Kontakte der Elektroden ein.

⁸Die hohe dielektrische Konstante von Wasser führt zu einer starken Abschwächung der Coulomb-Kraft und damit der Bindungskräfte in ionischen Molekülen. Letztere, v.a. sogenannte starke Elektrolyte, werden daher in Wasser praktisch vollständig dissoziiert.

⁹Diese Effekte können zur Zellnekrose führen.

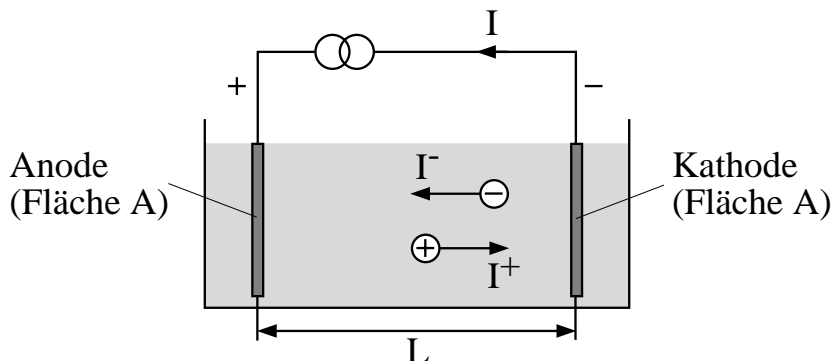
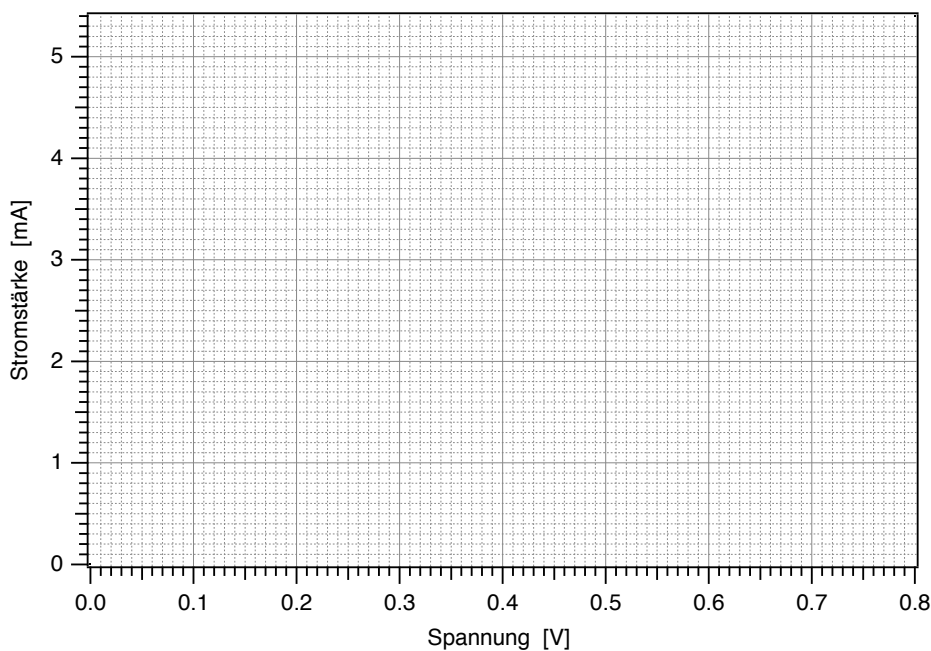


Abbildung 2.2.2: *Elektrolytische Leitfähigkeit (hier für den Gleichstromfall dargestellt).*

- Wie aus oben Gesagtem ersichtlich ist, müssen Sie bei den Messungen an Elektrolyten Wechselstrom verwenden. Schalten Sie deshalb die Stromquelle auf Wechselstrombetrieb um. Damit ändert der Strom seine Stromrichtung ständig (hier etwa 4000 mal pro Sekunde). Auch bei den beiden Digitalmultimetern müssen Sie jetzt auf Wechselstrom bzw. -spannung umschalten.
 - Schalten Sie die Stromquelle ein und stellen Sie einen Strom von 5 mA ein.
- ◇ Variieren Sie jetzt die Stromstärke zwischen 0 mA und 5 mA und nehmen Sie durch Messung der Spannung an den Elektroden 5 Punkte der Kennlinie auf. Tragen Sie die Kennlinie in die folgende Graphik auf und bestimmen Sie den Leitwert des Elektrolyten.

Messungen am Elektrolyten					
I [mA]					
U [V]					



- ◇ (Wie) hängt der Leitwert des Elektrolyten von der Stromstärke ab?

- ◇ Wie gross ist der Leitwert? $G =$

2.2.1.3 Abhängigkeit des Leitwertes von der Geometrie der Anordnung

Es soll nun der Einfluss von Länge und Querschnitt der Leiters (Elektrolyten) auf dessen Leitwert untersucht werden. Der Zusammenhang Leitwert-Querschnitt wird u.a. bei der Erregungsausbreitung entlang Nervenzellen wichtig. Der Leitwert des Intrazellulärtraums hängt dabei in gleicher Weise vom Zellquerschnitt ab, wie Sie es hier im Experiment für eine einfache Geometrie messen.

- ◇ Um den Einfluss des Querschnitts zu untersuchen, füllen Sie die Wanne bis zur zweiten Markierung auf den Elektroden auf (der Leiterquerschnitt ist dann verdoppelt) und bestimmen Sie den Leitwert für eine von Ihnen gewählte Stromstärke.

Leitwert bei niedriger Füllhöhe (letzter Versuch): $G_1 =$

bei doppelter Querschnittsfläche: $I =$, $U =$ $\rightarrow G_2 =$

- ◇ Was vermuten Sie für eine Abhängigkeit zwischen Leitwert und Leiterquerschnitt?

Leitfähigkeit als geometrieunabhängige Grösse Um die Leitungseigenschaften eines Elektrolyten zu beschreiben, benötigt man eine Grösse, die von der jeweiligen Geometrie (z.B. Grösse und Form der Zelle bei der Intrazellulärflüssigkeit) unabhängig ist. Dies ist die sogenannte **Leitfähigkeit** σ (sprich: sigma) des Elektrolyten. Zur Berechnung der Leitfähigkeit wird der (von L und A abhängige) Leitwert G mit dem Elektrodenabstand L multipliziert und durch den Elektrodenquerschnitt A dividiert:

$$\sigma = G \cdot \frac{L}{A}$$

- ◇ Bestimmen Sie für die beiden von Ihnen vermessenen Geometrien die Werte von Elektrodenabstand L und -fläche A und damit aus dem gemessenen Leitwert G die Leitfähigkeit. Beachten Sie bei der Flächenbestimmung, dass nur die eingetauchte Fläche zählt! Verwenden Sie dazu die in der folgenden Tabelle angegebenen Werte für die Eintauchtiefe H der Elektroden und messen Sie Breite B und Abstand L mit dem zur Verfügung stehenden Lineal.

Leitfähigkeit von 0.1-molarer NaCl-Lösung						
	H [m]	B [m]	$A = H \cdot B$ [m ²]	L [m]	G [S]	$\sigma = G \cdot L/A$ [S/m]
Markierung 1	0.01					
Markierung 2	0.02					

Das Ergebnis sollte unabhängig von Elektrodenabstand und -fläche und damit charakteristisch für die Elektrolytlösung sein.

Abhängigkeit der Leitfähigkeit von den Eigenschaften des Elektrolyten Die Leitfähigkeit eines Elektrolyten kann auch direkt mit einem sogenannten Konduktometer gemessen werden. Der Assistent wird dies im folgenden für die gesamte Gruppe demonstrieren: Es werden mit K^+ , Na^+ , Ca^{2+} und Cl^- diejenigen Ionensorten betrachtet, die die elektrischen Eigenschaften der Intra- und Extrazellulärflüssigkeit maßgeblich bestimmen.

- ◇ Die Elektrolyte befinden sich in Plastikflaschen, in die man den Messfühler des Konduktometers direkt einführen kann. Auf den Flaschen sind Zusammensetzung und Konzentration angegeben. Zwischen den Messungen muss der Messfühler mit demineralisiertem Wasser aus der Spritzflasche abgespritzt werden. Notieren Sie die gemessenen Werte mit der zugehörigen Zusammensetzung und Konzentration c in der folgenden Tabelle (Einheiten!).

Leitfähigkeit verschiedener Elektrolyte		
Elektrolyt	c [mol/l]	σ [mS/cm]
NaCl	0.1	
NaCl	0.2	
KCl	0.1	
CaCl ₂	0.1	

- ◇ Welchen Zusammenhang vermuten Sie zwischen der Leitfähigkeit und der Konzentration des Elektrolyten? Können Sie dies “theoretisch” erklären?

- ◇ Wie äussert sich bei gleicher Konzentration der KCl- und CaCl₂-Lösung die Wertigkeit der gelösten Ionen? Können Sie auch dies erklären? Hinweis: Die Ionenbeweglichkeit und damit die Geschwindigkeit der Ionen in wässriger Lösung ist für Kalium und Kalzium etwa gleich.

- ◇ Vergleichen Sie die Leitfähigkeiten von NaCl- und KCl-Lösung bei gleicher Konzentration. Welchen qualitativen Zusammenhang vermuten Sie zwischen der Grösse des Kations (positives Ion) und der Leitfähigkeit? (Na hat die Ordnungszahl 11, Kalium die Ordnungszahl 19, beide stehen in der ersten Hauptgruppe.)

2.2.2 Elektrische Potentiale (EKG)

Im ersten Versuchsteil haben Sie gesehen, dass ein elektrischer Stromfluss durch ein elektrisches Feld erzeugt wird, welches man durch die Angabe der Spannung charakterisiert. Der Begriff der elektrischen Spannung bezeichnet das gleiche wie der Begriff der Potentialdifferenz zwischen zwei vorgegebenen Punkten. Letzterer wird sowohl in der Physik als auch in der Physiologie sehr häufig verwendet¹⁰. Zum Begriff des Potentials lesen Sie sich bitte in der Nachbereitung des Versuches

¹⁰Weitere Grössen wie das Membranpotential oder das Aktionspotential in der Erregungsleitung sind im physikalischen Sinne keine Potentiale, sondern eine Spannung bzw. ein Spannungspuls. Sie werden jedoch üblicherweise in der Physiologie mit “Potential” bezeichnet.

Teil 2.3, *Physikalische Grundlagen* durch. Hier genügt es, zu wissen, dass der Wert des Potentials ϕ (sprich ϕ) an einem Ort x gleich der elektrischen Spannung zwischen dem Punkt x und einem **willkürlich gewählten Bezugspunkt** ist. In weitgehender Analogie können Sie das Potential mit der Höhe eines Punktes auf der Erdoberfläche vergleichen, welche relativ zu einem willkürlich gewählten Bezugspunkt (Meeresspiegel) angegeben wird. Die Äquipotentiallinien, die Sie in diesem Versuch vermessen werden, entsprechen in diesem Sinne den Höhenlinien, wie man sie auf Landkarten finden kann.

2.2.2.1 Messung der Potentialverteilung im Elektrolyten (eindimensionales Modell)

Um Strompfade und elektrische Potentialverteilungen in komplexen, dreidimensionalen Körpern zu verstehen, ist es hilfreich, die Prinzipien an einfachen Modellen kennenzulernen. Dazu ersetzen Sie im ersten Schritt den dreidimensionalen, inhomogen leitfähigen menschlichen Körper durch ein stark vereinfachtes eindimensionales, homogen leitfähiges Modell, wie es durch den Elektrolyten aus dem ersten Versuchsteil dargestellt wird.

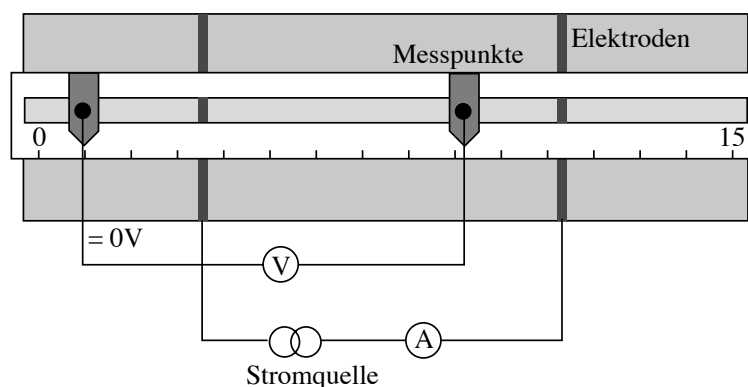


Abbildung 2.2.3: *Aufbau und Beschaltung des eindimensionalen Modells.*

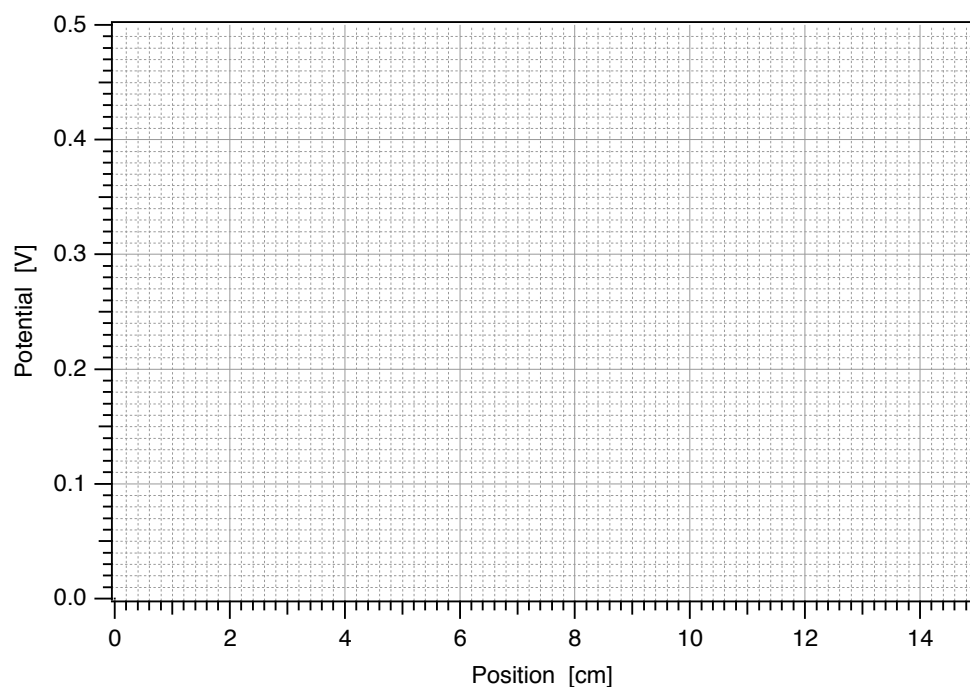
Wie in Abb. 2.2.3 dargestellt, muss das Voltmeter jetzt an die beiden Stabelektroden angeschlossen werden, die man in die Führungsschiene einsetzen kann. Mit diesen Stabelektroden soll der Potentialverlauf im Elektrolyten aufgenommen werden. Der Potentialnullpunkt, d.h. die Elektrode, die mit dem COM-Anschluss des Voltmeters verbunden ist, wird hier bei 1 cm festgelegt¹¹. Schalten Sie die Stromquelle ein und regeln Sie den Strom auf 5 mA. Die V-Buchse des Voltmeters verbinden Sie mit dem Kabel, das an der zweiten Elektrode endet. Jetzt können Sie mit dieser Tastelektrode an beliebigen Stellen im Elektrolyten das Potential ϕ gegenüber dem gewählten Nullpunkt (bei 1 cm) messen. Das Potential besitzt ebenso wie die Spannung die Einheit Volt.

¹¹Da hier weiterhin mit Wechselstrom gearbeitet wird, soll der Bezugspunkt am Rand liegen.

- ◇ Führen Sie an den angegebenen Orten eine systematische Messung der Potentialverteilung $\phi(x)$ längs des Elektrolyten durch, wobei x die Position auf der Skala angibt. Tragen Sie die Werte in die folgende Tabelle ein (Einheiten!).

Potential im Elektrolyt bzgl. $x=1$ cm; $I=5$ mA								
x [cm]	3	4	6	8	10	11	12	14
$\phi(x)$ [V]								

- ◇ Stellen Sie die Werte in folgender Graphik dar und markieren Sie die Position der Plattenelektroden und des Bezugspunktes. Verbinden Sie die Messpunkte dann durch eine geeignete Kurve.



- ◇ Wie sieht der Potentialverlauf aus:
- ... zwischen den stromführenden Plattenelektroden ?
 - ... hinter den Plattenelektroden ?
- ◇ Warum sieht das Potential so aus? Denken Sie daran, dass der Elektrolyt ein Leiter ist und überlegen Sie sich wo Strom fließt und wo nicht...

- *Bitte schütten Sie die Elektrolytlösung beim Aufräumen nicht weg, sondern versorgen Sie die Lösung wieder in den Flaschen!*

2.2.2.2 Messungen am zweidimensionalen Modell

Im nächsten Schritt arbeiten Sie mit einem zweidimensionalen Modell, bei dem der Rumpf des menschlichen Körpers durch eine Kreisscheibe angenähert wird, in deren Zentrum sich das Herz befindet (vgl. EKG-Modell in Abb. 2.1.1). Das Modell besteht aus einer Scheibe, der durch seine Beschichtung mit Graphit auf der gesamten Fläche eine gleichmässige Leitfähigkeit besitzt. Diese homogene Leitfähigkeit stellt eine weitere Näherung im Vergleich zum menschlichen Körper dar, bei dem, z.B. im Bereich der Lunge, Inhomogenitäten in der Leitfähigkeit auftreten und zu einer komplexen Potentialverteilung führen.

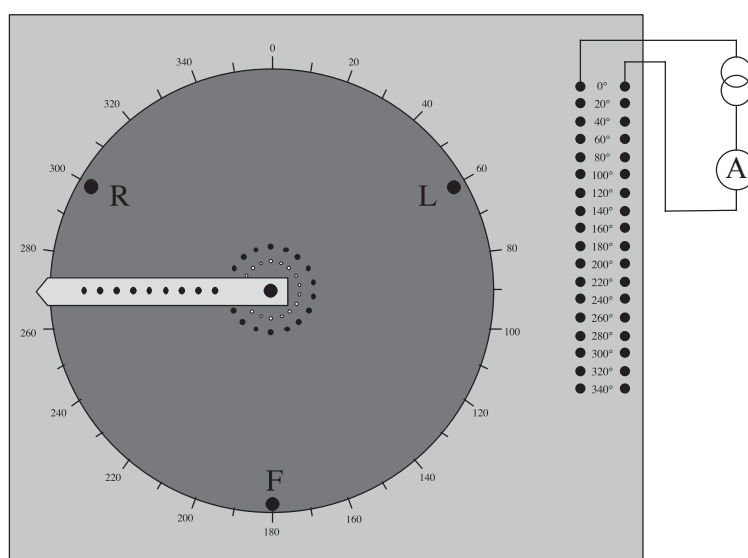


Abbildung 2.2.4: *Aufbau und Beschaltung des zweidimensionalen Modells.*

Die Lage der Erregungsfront am Herzen kann mit den beiden Anschlüssen einer Stromquelle verglichen werden. Die Anschlüsse für die Stromquelle der Scheibe (das "Herz") können über 18 vorgegebene Buchsenpaare variiert werden (rechts in Abb. 2.2.4). Die Buchsenpaare sind mit 9 Schraubepaaren (Mitte) verbunden, die Kontakt mit dem Graphitpapier haben. Die Leuchtdioden auf dem Graphitpapier zeigen Ihnen an, welches Buchsenpaar Sie gerade an die Stromquelle angeschlossen haben und mit welcher Polung: die Diode leuchtet, wenn die zugehörige Schraube mit dem Pluspol verbunden ist, rot und grün, wenn sie mit dem Minuspol verbunden ist.

- Schalten Sie die Stromquelle auf *Gleichstrom* um und schliessen Sie sie über das Amperemeter an beliebiges Buchsenpaar an (siehe Abb. 2.2.4). Wählen Sie dabei aus Gründen der Übersichtlichkeit die Farbe der Kabel entsprechend der Polarität: Rote Kabel für Plus und blaue Kabel für Minus.

- Schalten Sie die Stromquelle ein und regeln Sie den Strom auf 5 mA. Diese Einstellung sollte während des gesamten Versuches nicht mehr verändert werden.
 - Testen Sie die Funktion des Modells (und der Dioden), indem Sie die Stromquelle an einige Buchsenpaare anschliessen.
- ◇ Was passiert, wenn Sie die Pole Stromquelle einmal beide bei 0° und einmal bei 180° anschliessen? Überprüfen Sie Ihre Vermutung, indem Sie das Voltmeter zwischen den Buchsen R (oder L) und F anschliessen. Was beobachten Sie?

Das gleiche passiert, wenn man die Anschlüsse des Voltmeters vertauscht. Aus diesem Grund wird beim EKG immer die Bezugselektrode angegeben, die Elektrode, die mit der COM-Buchse des Voltmeters verbunden ist. Bei den Ableitungen nach Einthoven ist es entweder (bei Ableitung I und II) die Elektrode R an der rechten Hand oder (bei Ableitung III) die Elektrode L an der linken Hand (Abb. 2.1.1).

Potentialverteilung beim zweidimensionalen Modell

Für die ersten Messungen interessiert nur das senkrecht stehende Schraubenpaar (Buchsen bei 0°). Schliessen Sie die Stromquelle jetzt so an, dass die obere Schraube mit dem Plus- die untere mit dem Minuspol verbunden ist. Um die Potentialverteilung, die sich dabei einstellt, vollständig zu erfassen, müsste man es in einem zweidimensionalen Raster abtasten, was einen erheblich grösseren Aufwand darstellt als beim eindimensionalen Modell. Wir beschränken uns deshalb auf die Vermessung ausgewählter Linien. Aus Symmetriegründen bietet es sich an, den Potentialnullpunkt in die Mitte zwischen den Anschlüssen zu legen (Buchse in der Mitte des Graphitpapiers).

Vermessung der Äquipotentiallinien

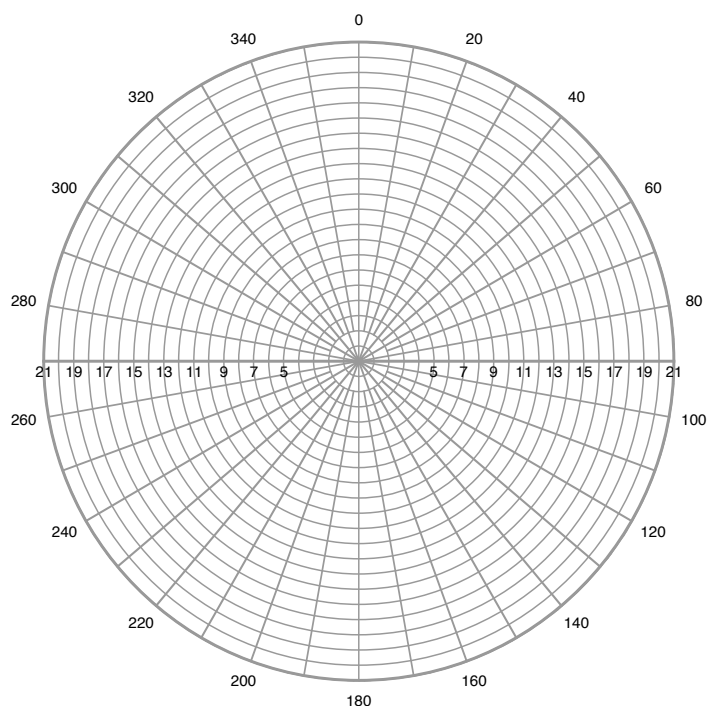
Um die Potentialverteilung zu charakterisieren, muss man auf der Platte die Äquipotentiallinien suchen - ähnlich den Höhenlinien in der Kartographie handelt es sich um Linien gleichen Potentials. Diese Linien sollen Sie nun in zwei Gruppen für 2 verschiedene Potentialwerte (0.2 V und 0.4 V) vermessen (Einteilung durch den Assistenten).

- Schliessen Sie die *rote Tastelektrode (Federkontakt)* an die V-Buchse des Voltmeters an. Der COM-Anschluss sollte mit der Buchse in der Mitte der Scheibe verbunden sein. **Bitte tasten Sie das Graphitpapier nur mit diesem Federkontakt ab, indem Sie ihn in kleinen regelmässigen Abständen leicht auf das Graphitpapier drücken. Ansonsten wird das Graphitpapier beschädigt!**

- ◇ Stecken Sie die Tastelektrode durch das innerste Loch des Läufers (Abstand vom Zentrum $r=5$ cm). Fahren Sie im Kreis herum und suchen Sie die beiden Winkel α_1 und α_2 , für die das Voltmeter $+0.2$ V (bzw. $+0.4$ V) anzeigt. Notieren Sie die Winkel in der folgenden Tabelle und wiederholen Sie das ganze für die weiteren Abstände r .
- ◇ Übertragen Sie danach die Werte der beiden Äquipotentiallinien mit verschiedenen Farben in die nachfolgende Graphik, indem Sie für jedes Wertepaar Abstand/Winkel ein Kreuz am Schnittpunkt des entsprechenden Kreises (Linie gleichen Abstandes) mit der Geraden am entsprechenden Winkel machen. Diese Polardarstellung gibt direkt die Potentialverteilung auf der Platte wieder.
- ◇ Überlegen Sie sich, wo Sie aus Symmetriegründen die 0 V-Linie erwarten würden und zeichnen Sie diese ebenfalls ein. Sie können es für einige Abstände schnell prüfen.

Vermessung der Äquipotentiallinien für 0.2 V					
r [cm]	5	9	13	17	21
α_1 [Grad]					
α_2 [Grad]					

Vermessung der Äquipotentiallinien für 0.4 V					
r [cm]	5	9	13	17	21
α_1 [Grad]					
α_2 [Grad]					



Potentialverteilung entlang der “Extremitäten”:

Die Kreisscheibe besitzt am Rand drei weitere Buchsen, die ein gleichseitiges Dreieck bilden. Diese Buchsen werden für die weiteren Messungen als Anschlüsse der “EKG-Elektroden” dienen. Beim menschlichen Körper werden die Elektroden u.a. an den Hand- und Fussgelenken angeschlossen und nicht direkt am Rumpf. Der Einfluss der Extremitäten auf die Messung selbst ist i.a. vernachlässigbar, da der Stromfluss vom Rumpf durch Arm oder Bein und Voltmeter zurück zum Rumpf sehr gering ist. An Armen und Beinen misst man also in guter Näherung die gleichen Potentiale wie am Rumpf selbst.

- ◇ Messen Sie jetzt die Potentiale an den “EKG-Elektroden” R, L und F bezüglich des Potentialnullpunktes im Zentrum der Kreisscheibe.

Buchse R (oben links): $\phi_{\mathbf{R}} =$

Buchse L (oben rechts): $\phi_{\mathbf{L}} =$

Buchse F (unten Mitte): $\phi_{\mathbf{F}} =$

Potentialdifferenzen beim zweidimensionalen Modell

Die EKG-Ableitungen sind keine Potentiale sondern Potentialdifferenzen, die zwischen vorgegebenen Punkten gemessen werden, z.B. jeweils zwischen zwei der drei Buchsen R, L und F. Da es sich bei Potentialdifferenzen um elektrische Spannungen handelt (beide Begriffe bezeichnen dieselbe physikalische Grösse!), werden sie im Folgenden mit dem Formelbuchstaben U bezeichnet. Die Potentialdifferenzen zwischen je zwei der Buchsen R, L und F werden analog zu den Einthoven-Ableitungen I bis III folgendermassen bezeichnet:

$$U_{\mathbf{I}} = \phi_{\mathbf{L}} - \phi_{\mathbf{R}} \quad (\text{Ableitung I}),$$

$$U_{\mathbf{II}} = \phi_{\mathbf{F}} - \phi_{\mathbf{R}} \quad (\text{Ableitung II}),$$

$$U_{\mathbf{III}} = \phi_{\mathbf{F}} - \phi_{\mathbf{L}} \quad (\text{Ableitung III}).$$

- ◇ Berechnen Sie diese drei Spannungen aus Ihren Messwerten für $\phi_{\mathbf{F}}$, $\phi_{\mathbf{R}}$ und $\phi_{\mathbf{L}}$ und messen Sie sie direkt mit dem Voltmeter. Achten Sie dabei darauf, dass Sie bei der Messung das richtige Vorzeichen erhalten, also die Bezugselektrode richtig gewählt haben.

Potentialdifferenzen bei den EKG-Ableitungen			
	$U_{\mathbf{I}}$ [V]	$U_{\mathbf{II}}$ [V]	$U_{\mathbf{III}}$ [V]
berechnet			
gemessen			

Drehung der Stromquelle und EKG: Zeitaufgelöste Messungen

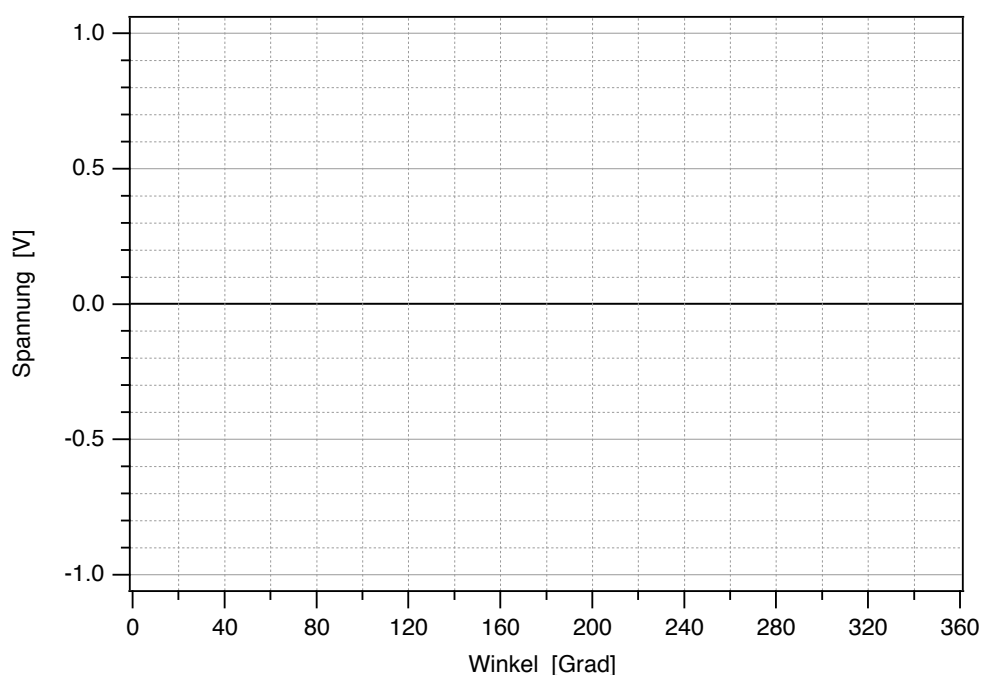
Bisher haben Sie die Anschlüsse der Stromquelle nicht verändert. Damit bleibt auch die Potentialverteilung zeitlich konstant. Beim Herzen verändert sich jedoch die Lage der Erregungsfront im Laufe der unterschiedlichen Phasen der Herzaktion, während die Positionen der Elektroden konstant

bleiben. Analog dazu können Sie am Modell die Anschlüsse der Stromquelle (Winkel α) schrittweise drehen und den Einfluss der Drehung der Stromquelle auf die gemessenen Potentialdifferenzen untersuchen.

Die Signale, die das Herz im Laufe der Herzaktion erzeugt, können etwa mit denen einer sich drehenden Stromquelle verglichen werden. Eine volle Drehung der Stromquelle entspricht dabei einem Herzschlag (Teil 2.3, *Physikalische Grundlagen*, Vektorkardiographie). Die Kurve, die Sie jetzt messen werden, wird in ähnlicher Form einmal pro Herzschlag registriert.

- ◇ Wählen Sie eine der Ableitungen aus und schliessen Sie das Voltmeter dementsprechend an. Schliessen Sie die Stromquelle nacheinander an die angegebenen Buchsenpaare (Winkel) an und messen Sie den Spannungswert als Funktion dieses Winkels. Tragen Sie die Werte in die folgende Tabelle und die Graphik ein.
- ◇ Verbinden Sie die Messpunkte durch eine glatte Kurve. Welche mathematische Funktion könnte die Messwerte beschreiben?

Potentialdifferenzen bei Drehung der Stromquelle - Ableitung:									
α [Grad]	0	40	80	120	160	200	240	280	320
U [V]									



2. Elektrische Leitung und Potentiale

Ionenleitung und EKG

2.3 Physikalische Grundlagen

2.3.1 Elektrische Ströme und Leitungsmechanismen

2.3.1.1 Ladung und Strom

Voraussetzung für das Auftreten von elektrischen Strömen und Spannungen ist die elektrische Ladung Q . Die Einheit der Ladung ist das Coulomb (kurz: C). Die wichtigsten Beispiele für Ladungsträger sind:

Elektronen: sie besitzen immer die Ladung $-e = -1,6 \times 10^{-19}$ C (Elementarladung) und werden deshalb als "einfach negativ geladen" bezeichnet, ihre Masse beträgt $9,1 \times 10^{-31}$ kg.

Ionen: sie können einfach oder mehrfach, positiv oder negativ geladen sein. Bei positiv geladenen Ionen (z.B. Na^+ , Ca^{2+}) fehlen im Vergleich zum ungeladenen Atom oder Molekül (Na, Ca) ein Elektron oder mehrere in der Atomhülle. Bei negativ geladenen Ionen (z.B. Cl^-) herrscht in der Elektronenhülle ein Elektronenüberschuss im Vergleich zum ungeladenen Atom oder Molekül. Ionen besitzen eine wesentlich grössere Masse als das Elektron. Die Masse des kleinsten und leichtesten Ions, des Wasserstoffions H^+ , beträgt z.B. mit $1,6 \times 10^{-27}$ kg schon fast das 2000-fache der Elektronenmasse.

Elektrischer Strom ist Ladungstransport, er entsteht durch die Bewegung von Ladungsträgern. Die Stromstärke I gibt an, wie viel Ladung sich pro Zeit durch einen vorgegebenen Querschnitt bewegt. Ihre Einheit ist das Ampere (kurz A):

$$\text{Stromstärke } I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}; \text{ Einheit } [I] = \frac{1\text{C}}{1\text{s}} = 1\text{A (Ampere)}.$$

Darin ist ΔQ die Ladungsmenge, die sich in der Zeit Δt durch den Querschnitt bewegt. Gemessen werden elektrische Ströme mit einem Amperemeter. Es muss so in den Stromkreis geschaltet werden, dass der zu messende Strom durch das Gerät fließt (Serienschaltung).

2.3.1.2 Leitungsmechanismen

Es gibt eine Reihe von Leitungsmechanismen, durch die die Bewegung von Ladungsträgern, also elektrischer Strom, ermöglicht wird.

Elektrische Leitung durch Elektronentransport:

- **Metallische Leitung:** Metalle (z.B. in Kabeln) bestehen aus einem Gitter von positiven Atomrümpfen und frei beweglichen Elektronen. Insgesamt sind sie nach aussen elektrisch neutral. Der Ladungstransport geschieht durch die frei beweglichen Elektronen, die sogenannten Leitungselektronen.
- **Elektrische Leitung im Halbleiter:** Auch hier beruht der elektrische Strom auf einem Elektronentransport. Im Gegensatz zum metallischen Leiter müssen im Halbleiter (z.B. in Dioden) jedoch erst Elektronen aus ihren Bindungen gelöst werden, bevor frei bewegliche Leitungselektronen zur Verfügung stehen¹⁷. Die dazu notwendige Energie kann z.B. durch Lichteinwirkung oder Erwärmung zur Verfügung gestellt werden.

Elektrische Leitung durch Ionentransport:

- **Elektrolytische Leitung:** Ein Elektrolyt besteht aus einem elektrisch neutralen Lösungsmittel (z.B. H_2O) und darin gelösten positiven und negativen Ionen. Diese Ionen sind im Lösungsmittel frei bewegliche Ladungsträger, durch deren Bewegung ein elektrischer Strom entstehen kann. Ein Netto-Ladungstransport und damit ein elektrischer Strom tritt jedoch nur dann auf, wenn sich die positiven und negativen Ladungsträger in entgegengesetzte Richtungen bewegen und nicht mit einer gerichteten Strömung des gesamten Elektrolyten. Auf der elektrolytischen Leitung basiert die Leitung elektrischer Ströme in jeglicher Art von Körperflüssigkeit des Menschen, insbesondere in der Intrazellulärflüssigkeit von Nerven- und Muskelfasern und im Interstitium. Eine therapeutische Anwendung findet sie in der Iontophorese: Medikamente, deren Wirkstoffe in Form von Ionen vorliegen, werden durch elektrolytische Leitung in den Körper transportiert.
- **Ionentransport in Ionenkanälen:** Biologische Membrane bestehen im Wesentlichen aus einer Lipiddoppelschicht, durch die kein Ionentransport möglich ist. Ionentransport und damit die Leitung elektrischen Stroms durch die Membran ist nur möglich durch Ionenkanäle, die in diese Lipiddoppelschicht eingelagert sind. Es gibt eine Vielzahl verschiedener Arten von Ionenkanälen, die auf den Transport einzelner Ionensorten spezialisiert sind und von denen einige ständig, andere jeweils unter ganz spezifischen Bedingungen geöffnet sind.

2.3.2 Potentielle elektrische Energie, Potential und elektrische Spannung

Alle oben angeführten Leitungsmechanismen sind mit innerer Reibung verbunden. Sie kommt durch Stöße der Ladungsträger (Elektronen oder Ionen) und damit verbundene Richtungsänderungen und

¹⁷Eine weitere, technisch sehr relevante, Möglichkeit besteht darin, Fremdatome in Halbleiter einzubauen (Dotierung), um freie Ladungsträger (Elektronen) zu erzeugen.

Energieverluste zustande (vgl. Viskosität im Versuch *Strömungsmechanik/Blutkreislauf*, S. ??). Aufgrund der inneren Reibung verlieren die Ladungsträger bei der Bewegung durch einen Leiter Energie. Die Energieform, um die es bei diesen Umwandlungsprozessen geht, ist potentielle elektrische Energie, die im Folgenden näher erläutert wird.

2.3.2.1 Potentielle elektrische Energie und Spannung

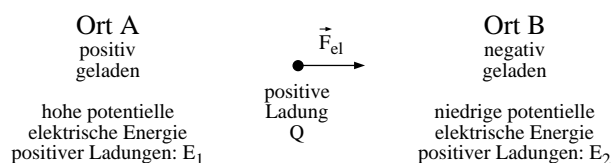


Abbildung 2.3.1: Zur potentiellen elektrischen Energie einer Ladung Q .

In Abb. 2.3.1 ist die Situation dargestellt, dass sich am Ort A eine positive, am Ort B eine gleich grosse negative Ladung befindet. Ein Ladungsträger mit einer, im Vergleich dazu kleinen, positiven Ladung Q wird von der positiven Ladung in A abgestossen und von der negativen Ladung in B angezogen. Die Summe dieser Kräfte ergibt eine elektrische Kraft \vec{F}_{el} in Richtung B auf den Ladungsträger. Um den Ladungsträger entgegen dieser Kraft in Richtung A zu verschieben, muss ihm Energie zugeführt werden. Umgekehrt wird bei einer Verschiebung in Richtung der Kraft (nach B) Energie frei. Der Ladungsträger besitzt also, wenn er sich am Ort A befindet, eine höhere potentielle Energie E_1 als am Ort B (potentielle Energie E_2). Da sie auf der Wirkung elektrischer Kräfte basiert, wird diese Form der potentiellen Energie als potentielle elektrische Energie bezeichnet. Auf einen negativ geladenen Ladungsträger wirken die anziehenden und abstossenden Kräfte genau in entgegengesetzter Richtung. Der Ladungsträger in Abb. 2.3.1 kann, wenn er sich vom Ort A zum Ort B bewegt, seine potentielle elektrische Energie senken, und zwar gerade um die Differenz $\Delta E = E_1 - E_2$. Umgekehrt kann ein negativ geladener Ladungsträger seine potentielle elektrische Energie durch Bewegung von B nach A senken. Die Differenz der potentiellen elektrischen Energien kann also Ursache eines elektrischen Stromes zwischen A und B sein, sofern diese durch einen Leiter verbunden sind, in dem freie Ladungsträger zur Verfügung stehen.

Die elektrischen Kräfte, die auf einen Ladungsträger zwischen A und B wirken, sind proportional zu dessen Ladung Q . Folglich sind auch die potentiellen elektrischen Energien E_1 und E_2 sowie die Energiedifferenz ΔE proportional zur Ladung Q ($\Delta E \propto Q$). Die Proportionalitätskonstante bezeichnet man als elektrische Spannung U zwischen A und B.

$$\text{Spannung } U = \frac{\Delta E}{Q} ; \text{ Einheit } [U] = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \text{ V (Volt)} .$$

Die Spannung zwischen zwei Punkten eines Leiters wird mit einem Voltmeter gemessen. Das Gerät muss dazu direkt an diese beiden Punkte angeschlossen werden.

2.3.2.2 Elektrisches Potential

Die potentielle elektrische Energie einer Ladung Q ist proportional zu dieser Ladung: $E_{\text{pot,el}} \propto Q$. Indem man die potentielle Energie durch die Ladung dividiert, erhält man eine Grösse, die unabhängig von der Ladung ist: das elektrische Potential ϕ :

$$\text{Elektrisches Potential } \phi = \frac{E_{\text{pot,el}}}{Q} ; \text{ Einheit } [\phi] = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \text{ V (Volt)}.$$

Für die Wahl des Bezugspunktes besteht die Konvention, dass die potentielle elektrische Energie einer Ladung und damit das Potential an diesem Ort Null ist, wenn diese Ladung unendlich weit von sämtlichen anderen Ladungen entfernt ist, so dass keine Coulomb-Kräfte auf sie wirken. Die Nullpunktswahl ist zwar eindeutig aber für die Angabe konkreter Energien und Potentiale unpraktisch. Man kann jedoch auch einen beliebigen anderen Ort in der Umgebung der Ladung Q als Nullpunkt wählen, wenn man diesen als Bezugspunkt mit angibt.

2.3.2.3 Potentialdifferenz und Spannung

Die Einheit des elektrischen Potentials ist die gleiche wie die der elektrischen Spannung: das Volt. Das hat den folgenden Grund: Das Potential an einem Ort ist die potentielle elektrische Energie einer Ladung an diesem Ort dividiert durch die Ladung. Analog dazu ist die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten die Differenz der potentiellen elektrischen Energien, die pro Ladung zwischen diesen Punkten besteht:

$$\text{Potentialdifferenz } \Delta\phi = \frac{\Delta E}{Q} ; \text{ Einheit } [\phi] = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \text{ V (Volt)}.$$

Ein Vergleich mit der Definition der Spannung weiter oben zeigt, dass der Begriff der Potentialdifferenz völlig gleichwertig mit dem Begriff der Spannung verwendet wird.

2.3.3 Spannungsabfall und Wärmewirkung durch elektrischen Strom

Fliesst aufgrund einer elektrischen Spannung in einem Leiter ein elektrischer Strom, so wird die potentielle elektrische Energie der Ladungsträger zunächst in kinetische Energie (Bewegungsenergie) umgewandelt und schliesslich aufgrund der inneren Reibung in Wärme und ggf. auch teilweise in Arbeit (z.B. in einem elektrischen Gerät). Die Umwandlung in Wärme äussert sich makroskopisch in einer Erwärmung des Leiters durch den Stromfluss. Diese Erwärmung durch Stromfluss ist in Zusammenhang mit dem menschlichen Körper in mehrerer Hinsicht interessant:

- Bei der Erregungsförderung auf Nerven- und Muskelfasern treten elektrische Ströme auf. Die durch diese Ströme entstehende Wärme trägt in der Energiebilanz des Körpers zur Aufrechterhaltung der Körpertemperatur bei und wird teilweise an die Umgebung abgegeben.
- Fliessen bei einem Elektrounfall zu hohe Ströme durch den menschlichen Körper, kann die freigesetzte Wärme zu schweren Verbrennungen führen. Bei Blitzschlag kann es durch die hohe Stromstärke sogar zu explosionsartiger Verdampfung der gesamten Körperflüssigkeit kommen.

- In der Elektrotherapie wird die lokale Erwärmung des Gewebes durch elektrische Ströme gezielt eingesetzt. Eine weitere Anwendung der Wärmewirkung elektrischen Stroms ist das Elektroskalpell.

2.3.4 Leitungseigenschaften

2.3.4.1 Leitwert und Widerstand

Eine elektrische Spannung führt zu einem elektrischen Strom in einem Leiter. Dieser Strom führt wiederum zu einem Spannungsabfall am Leiter. Dabei hängt es von den Eigenschaften des Leiters ab, wie Spannung und Strom zusammenhängen. Die Leitungseigenschaften werden durch den (elektrischen) Leitwert G beschrieben. Analog zum Strömungsleitwert eines Rohres, dem Quotienten aus Volumenstromstärke und Druckdifferenz, ist der elektrische Leitwert definiert als der Quotient aus Strom I und Spannung U :

$$\text{Leitwert } G = \frac{I}{U}; \text{ Einheit } [G] = 1 \frac{\text{A}}{\text{V}} = 1 \text{ S (Siemens)}.$$

Wenn bei einem vorgegebenen Strom (I) an einem Leiter nur eine geringe Spannung (U), also nur ein geringer Energieverlust der Ladungsträger auftritt, so hat dieser Leiter einen hohen Leitwert. Der Kehrwert des (elektrischen) Leitwertes wird als (elektrischer) Widerstand R bezeichnet:

$$\text{Widerstand } R = \frac{1}{G} = \frac{U}{I}; \text{ Einheit } [R] = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}} = 1 \Omega \text{ (Ohm)}.$$

Einen Leiter, bei dem der Widerstand und der Leitwert unabhängig von der Stromstärke und Stromrichtung konstant bleiben, bezeichnet man als Ohmschen Widerstand. Einen solchen Widerstand haben Sie im Versuchsteil untersucht. Bei ihm sind Strom und Spannung zueinander proportional und die $I(U)$ -Kennlinie ist eine Gerade. Diese Proportionalität zwischen Strom und Spannung, die z.B. bei metallischen Leitern, aber auch bei Elektrolyten geringer Konzentration gegeben ist, bezeichnet man auch als **Ohmsches Gesetz**:

$$U = R \cdot I = \frac{I}{G} \text{ oder umgeformt: } I = \frac{U}{R} = G \cdot U.$$

mit konstantem Widerstand R und Leitwert G . Bei anderen Bauteilen, wie z.B. einer Diode ist der Widerstand nicht unabhängig von der Stromstärke und der Stromrichtung und die Kennlinie ist keine Gerade. Für diese Bauteile gilt das Ohmsche Gesetz nicht, weil R nicht konstant ist. Dennoch kann man, wenn zwei der Größen U , I und R (genauer $R(I)$, also der Wert des Widerstands R beim Strom I) bekannt sind, die dritte Größe mit den oben angegebenen Formeln berechnen.

2.3.4.2 Leitfähigkeit und spezifischer Widerstand

Der elektrische Widerstand und Leitwert eines Leiters hängen sowohl von der inneren Reibung als auch von der Geometrie des Leiters ab. Den Einfluss der Geometrie auf den Leitwert haben Sie an einem Elektrolyten untersucht. Die experimentellen Ergebnisse und theoretischen Überlegungen ergeben:

- Der Leitwert ist proportional zur Querschnittsfläche A des Leiters: $G \propto A$: Durch eine doppelt so grosse Querschnittsfläche können pro Zeiteinheit doppelt so viele Ladungsträger hindurchtreten.
- Der Leitwert ist umgekehrt proportional zur Länge L des Leiters: Auf einer doppelt so langen Strecke verlieren die Ladungsträger durch innere Reibung doppelt soviel Energie.

Zusammengefasst ist also der Leitwert proportional zum Quotienten aus Querschnittsfläche und Länge des Leiters. Die Proportionalitätskonstante wird als Leitfähigkeit σ bezeichnet. Sie ist eine reine Materialeigenschaft und unabhängig von der Geometrie des Leiters.

$$G = \sigma \cdot \frac{A}{L} \text{ mit der Leitfähigkeit } \sigma ; \text{ Einheit } [\sigma] = 1 \frac{\text{S}}{\text{m}}.$$

Ebenso wie für den Leitwert führt man auch für den Widerstand eine geometrieunabhängige Grösse ein, den spezifischen Widerstand ρ (sprich: rho) als Kehrwert der Leitfähigkeit:

$$\text{Spezifischer Widerstand } \rho = \frac{1}{\sigma} ; \text{ Einheit } [\rho] = 1 \frac{\text{m}}{\text{S}} = 1 \Omega \text{ m} .$$

Leitfähigkeit von Elektrolyten Sie haben die Leitfähigkeit verschiedener wässrigen Elektrolyte untersucht. Dabei zeigte sich eine Abhängigkeit von folgenden Faktoren:

- Konzentration der Lösung,
- Wertigkeit der gelösten Ionen,
- Grösse der gelösten Ionen.
- Ausserdem hängt die Leitfähigkeit noch von der Temperatur der Lösung ab.

Bei verdünnten Lösungen tragen sämtliche Ionensorten unabhängig voneinander zur Leitfähigkeit der gesamten Lösung bei. So ergibt sich z.B. für eine KCl-Lösung die Leitfähigkeit σ_{KCl} als Summe der Leitfähigkeiten σ_{K} der K^+ -Ionen und σ_{Cl} der Cl^- -Ionen: $\sigma_{\text{KCl}} = \sigma_{\text{K}} + \sigma_{\text{Cl}}$.

Der Beitrag einer Ionensorte zur Gesamtleitfähigkeit ist proportional zur Konzentration dieser Ionen in der Lösung. Unterversorgung mit Mineralstoffen kann deshalb über eine Senkung der Leitfähigkeit zu einer Beeinträchtigung der Erregungsausbreitung auf Nerven und Muskeln führen.

Weiterhin ist der Beitrag einer Ionensorte zur Gesamtleitfähigkeit proportional zur sogenannten Beweglichkeit μ der Ionen. Die Beweglichkeit eines Ions in der Lösung ist umso grösser, je kleiner es ist. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Ionen in einer wässrigen Lösung hydratisiert vorliegen. Im Wassermolekül H_2O , das insgesamt elektrisch neutral ist, liegt eine ungleichmässige Ladungsverteilung vor. Das Sauerstoffatom ist elektrisch negativer als die beiden Wasserstoffatome. Diese negative Ladung wird vom positiven Ion angezogen, so dass eine Hülle von Wassermolekülen um das Ion entsteht, die sogenannte Hydrathülle. Die Hydrathülle eines negativen Ions entsteht umgekehrt durch die Anziehungskräfte zwischen dem Ion und der positiveren Ladung der Wasserstoffatome im Wassermolekül. Je kleiner das Ion ist, desto stärker sind diese Anziehungskräfte und desto grösser wird die Hydrathülle, z.B. ist im nicht hydratisierten Zustand das Na^+ -Ion kleiner als das K^+

-Ion. Durch die Hydratisierung kehrt sich das Grössenverhältnis jedoch um, so dass hydratisierte K^+ -Ionen eine grössere Beweglichkeit besitzen und die Lösung daher eine grössere Leitfähigkeit. Der Stromfluss, d.h. die transportierte Ladung, hängt weiterhin von der Ladung ab, die pro Ion transportiert wird, d.h. von dessen Wertigkeit. Eine Lösung mit Ca^{2+} -Ionen besitzt daher etwa die doppelte Leitfähigkeit einer Lösung von K^+ -Ionen gleicher Konzentration. Dieser Effekt wird jedoch teilweise dadurch verdeckt, dass sich K^+ und Ca^{2+} auch durch die Grösse des Ions und der Hydrathüllen unterscheiden.

2.3.4.3 Elektrische Spannungen im menschlichen Körper

Da Materie im Normalfall elektrisch neutral ist, muss für einen elektrischen Strom positive und negative Ladung getrennt werden. Im menschlichen Körper treten Ladungstrennung und infolge dessen elektrische Spannungen an allen Zellmembranen auf. Hervorgerufen wird diese Ladungstrennung durch das Zusammenwirken zweier Faktoren:

- Zwischen den Elektrolyten im Intra- und Extrazellulärraum bestehen Konzentrationsgradienten.
- Ionenkanäle, die in die Doppellipidschicht der Membran eingelagert sind leiten selektiv nur bestimmte Ionensorten, z.B. nur K^+ oder nur Na^+ (Abb. 2.3.2, links).

Zur Vereinfachung wird die folgende Darstellung auf Na^+ – und Cl^- – Ionen und eine Membran beschränkt, welche nur Ionenkanäle für Na^+ besitzt. Wenn auf der Innenseite der Membran im Elektrolyten eine höhere $NaCl$ -Konzentration vorliegt als auf der Aussenseite, so sind zunächst beide Elektrolyte noch elektrisch neutral. Durch das Konzentrationsgefälle kommt es jedoch zu einem Diffusionsstrom von Na^+ durch die Ionenkanäle von innen nach aussen (Abb. 2.3.2, rechts). Ein entsprechender Diffusionsstrom der Cl^- -Ionen in die gleiche Richtung wird durch die Selektivität der Ionenkanäle verhindert. Der Diffusionsstrom der Na^+ -Ionen ist wegen der elektrischen Ladung der Ionen gleichzeitig ein elektrischer Strom, der in diesem Fall nicht durch eine elektrische Spannung sondern durch den Konzentrationsgradienten der Na^+ -Ionen verursacht wird.

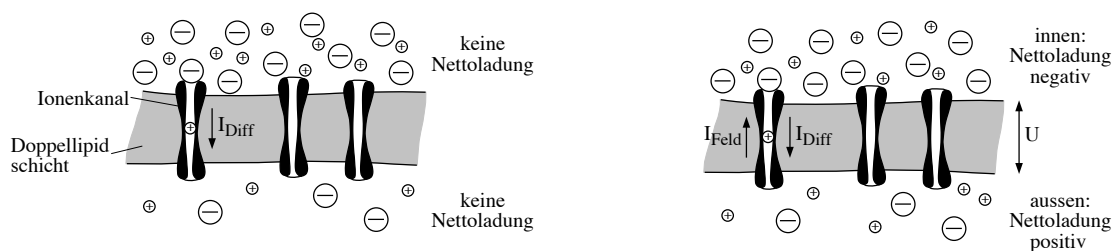


Abbildung 2.3.2: Zur Entstehung des Ruhemembranpotentials.

Durch diesen Diffusionsstrom I_{Diff} der Na^+ -Ionen entsteht auf der Aussenseite der Membran ein Überschuss an positiven Ladungen (Abb. 2.3.2, links). Die positive Ladung der Na^+ -Ionen kann dort nicht mehr durch die negative Ladung der in geringerer Konzentration vorliegenden Cl^- -Ionen

kompensiert werden. Entsprechend tritt an der Innenseite der Membran durch die zurückbleibenden Cl^- -Ionen ein Überschuss an negativen Ladungen auf. So baut sich durch den Ionenstrom eine elektrische Spannung zwischen Innen- und Aussenseite auf. Diese Spannung bedingt ebenfalls einen Strom I_{Feld} von Na^+ -Ionen durch die Ionenkanäle, jedoch gerade in die entgegengesetzte Richtung: von aussen nach innen (Abb. 2.3.2, rechts). Da sich die Ionenkanäle für Na^+ -Ionen weitgehend wie Ohmsche Widerstände verhalten, ist dieser Strom proportional zur Spannung zwischen Innen- und Aussenseite der Membran, steigt also in dem Masse, in dem diese Spannung durch den Diffusionsstrom weiter zunimmt. Schliesslich stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein, bei dem sich der durch den Konzentrationsgradienten getriebene Diffusionsstrom I_{Diff} und der durch die Spannung getriebene Strom I_{Feld} gegenseitig kompensieren, so dass sich netto kein Ion durch die Membran bewegt und die Spannung zwischen Innen- und Aussenseite der Membran konstant bleibt. Diese Spannung bezeichnet man als Ruhemembranpotential und beträgt etwa 90 mV.¹⁸

2.3.5 Potentialverteilungen

Sie haben an zwei Modellen für eine Reihe von Punkten das Potential ϕ vermessen und seinen räumlichen Verlauf graphisch dargestellt. Diese räumliche Verteilung bezeichnet man als Potentialverteilung $\phi(x)$ auf dem Leiter. Die Entstehung einer Potentialverteilung durch Stromfluss in dem Leiter kann man mit Hilfe von Strompfaden erklären.

2.3.5.1 Strompfade und elektrische Feldlinien

Wenn sich zwischen den Anschlüssen einer Stromquelle ein leitfähiges Medium befindet, so tritt ein Stromfluss zwischen den Anschlüssen auf. Die Wege, die die Ladungsträger dabei nehmen, bezeichnet man als Strompfade. Sie haben die folgenden Eigenschaften:

- Sie verlaufen immer nur durch leitfähige Medien. In einem Kabel an dessen Enden die Stromquelle angeschlossen ist, ist also der einzig mögliche Strompfad entlang des Kabels. Ähnliches gilt in guter Näherung für die Extremitäten des menschlichen Körpers. Auf dem zweidimensionalen Graphitpapier oder im Rumpf des menschlichen Körpers existiert dagegen eine Vielzahl von Strompfaden.
- Sie schneiden sich nicht: An einer Verzweigung würden alle Ladungsträger den energetisch günstigeren Weg nehmen, so dass die Alternative keinen möglichen Weg und damit keinen Strompfad mehr darstellt. Insbesondere sind dadurch Schleifen ausgeschlossen, die die Bewegung der Ladungsträger künstlich verlängern und zu unnötigen Energieverlusten führen würden.
- In leitfähigen Medien ist der Verlauf der Strompfade identisch mit dem der elektrischen Feldlinien. Die Feldlinien geben in jedem Punkt die Richtung der Coulomb-Kraft und damit der

¹⁸Wie weiter oben schon erwähnt, ist die Bezeichnung "Ruhemembranpotential" physikalisch nicht korrekt, da es sich um eine Spannung zwischen Innen- und Aussenseite der Membran handelt. Sie ist jedoch in der Physiologie üblich.

elektrischen Feldstärke an. Da sich in einem leitfähigen Medium die beweglichen Ladungsträger in Richtung der auf sie wirkenden elektrischen Kraft bewegen, sind dort die Strompfade identisch mit den Feldlinien.

Der Stromfluss ist mit innerer Reibung und damit mit Energieverlusten der Ladungsträger verbunden. Dadurch treten Potentialdifferenzen entlang des Strompfades auf. Das erklärt die Potentialverteilung, die Sie für das eindimensionale Modell gemessen haben.

2.3.5.2 Potentialverteilung beim eindimensionalen Modell

Beim Anschluss der Stromquelle an das eindimensionale Modell (Elektrolyt) tritt zwischen den beiden Anschlüssen (Elektroden) ein Stromfluss auf. Im Bereich ausserhalb der Elektroden fliesst kein Strom, obwohl dort ebenfalls leitfähiges Material zur Verfügung steht. Es gibt daher nur parallele Strompfade, die direkt zwischen den Anschlüssen der Stromquelle verlaufen. Ein "Umweg" durch den Bereich ausserhalb der Anschlüsse ist aus energetischen Gründen (s.o.) ausgeschlossen. Beim eindimensionalen Modell kommt es zu einem linearen Potentialverlauf entlang des Strompfades zwischen den Anschlüssen der Stromquelle. Die Ladungsträger verlieren auf gleichen Strecken gleiche Energiemengen. Da ausserhalb der Anschlüsse kein Strompfad verläuft, ist dort das Potential konstant.

2.3.5.3 Potentialverteilung beim zweidimensionalen Modell

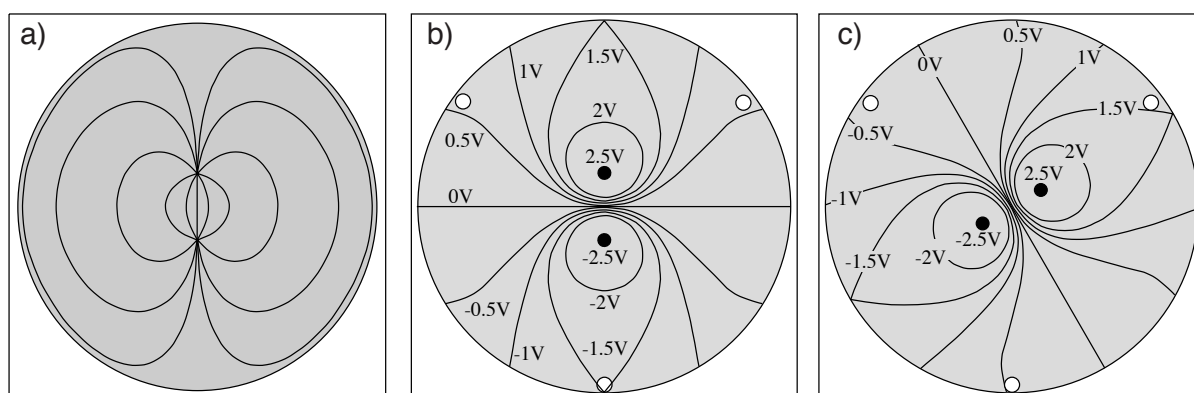


Abbildung 2.3.3: a) Strompfade (bzw. elektrische Feldlinien) im zweidimensionalen Modell; b) und c) Äquipotentiallinien für die Stellung 0° (b) und 60° (c) des Stromdipols.

Schon bei einem zweidimensionalen Leiter, wie er z.B. beim zweidimensionalen Modell im Versuch vorliegt, gibt es (im Gegensatz zum eindimensionalen Modell) unendlich viele Strompfade unterschiedlicher Länge zwischen den Anschlüssen der Stromquelle. Der Strom verteilt sich auf die gesamte zur Verfügung stehende Fläche. Dabei gilt jedoch weiterhin, dass die Strompfade nur im leitfähigen Medium verlaufen und sich nicht schneiden. In Abb. 2.3.3a) ist der prinzipielle Verlauf einiger Strompfade für das zweidimensionale Modell dargestellt. Der Strom teilt sich wie in einer Parallelschaltung von Widerständen auf die Strompfade auf:

- Die Potentialdifferenz U zwischen den beiden Anschlüssen der Stromquelle und damit die Energiedifferenz pro Ladung ist unabhängig davon, welchen Strompfad die Ladungsträger nehmen.
- Die Gesamtwiderstände der einzelnen Strompfade sind dagegen unterschiedlich. Bei einer homogen leitfähigen Fläche wie dem Graphitpapier ist der Gesamtwiderstand proportional zur Länge des Strompfades.

Je grösser der Gesamtwiderstand R (und damit die Länge) eines Strompfades ist desto geringer ist daher der Strom, der dort fliesst ($I = U/R$, $U = \text{konstant}$). Auf dem homogen leitfähigen Graphitpapier liegt entlang jedes Strompfades ein linearer Potentialverlauf vor, da die Ladungsträger auf gleichen Strecken die gleiche Energie durch innere Reibung verlieren. Z.B. haben auf der Hälfte jedes Strompfades die Ladungsträger gerade die halbe Potentialdifferenz $U/2$ durchlaufen. Durch die Wahl des Potentialnullpunkts in der Mitte der Kreisscheibe haben Sie dieses Potential im Versuch gleich Null gesetzt. Längs der waagerechten Symmetrielinie, die jeden Strompfad genau auf der Hälfte schneidet, ist also das Potential überall Null. Man bezeichnet solche Linien, die Orte gleichen Potentials verbinden als Äquipotentiallinien.

In Abb. 2.3.3b) ist der prinzipielle Verlauf einiger Äquipotentiallinien auf der Kreisscheibe dargestellt. Die Werte des Potentials sind an den Linien angegeben, 2.5 V und -2.5 V sind die Potentiale der Anschlüsse der Stromquelle. Daraus ist u.a. zu entnehmen, dass entlang der senkrechten Symmetrielinie das Potential auf der kurzen Strecke zwischen den Anschlüssen sehr stark variiert (um 5 V) und nach aussen hin wesentlich langsamer abfällt. Das Äquipotentiallinienbild zeigt ausserdem, dass auch am Rand der Kreisscheibe Potentialdifferenzen registriert werden können, z.B. zwischen den festen Anschlüssen R, L und F.

2.3.5.4 Potentialdifferenzen bei gedrehtem “Stromdipol”

Zur Vereinfachung wird im Folgenden für die Anschlüsse der Stromquelle der Begriff “Stromdipol” benutzt. Im Gegensatz zu einem Dipol stellen die Anschlüsse der Stromquelle keine statische Ladungsanordnung dar, sondern eine Quelle (Minuspol) und eine Senke (Pluspol) für negative Ladungsträger, die den Stromfluss zwischen den Anschlüssen aufrechterhalten. Beide gemeinsam bilden den Stromdipol, der von der Quelle zur Senke (“von Minus nach Plus”) gerichtet ist. Analog dazu ist die Erregungsfront am Herzen eine Quelle bzw. Senke für Ionen. Da der Stromdipol im Modell sich im Zentrum der kreisförmigen Leiterfläche befindet, drehen sich bei Drehung des Stromdipols Potentialverteilung und Äquipotentiallinienbild mit und bleiben ansonsten unverändert (Abb. 2.3.3c). Durch die Drehung der Potentialverteilung verändern sich die Potentialdifferenzen zwischen den drei festen, nicht mitgedrehten Abgriffen R, L und F. Z.B. sind bei senkrecht stehendem Stromdipol (Abb. 2.3.3b)) die Ableitungen $U_{II} (= \phi_F - \phi_R)$ und $U_{III} (= \phi_F - \phi_L)$ gleich gross, der Abbildung entnimmt man ca. -2 V. Nach Drehung des Stromdipols um 60° (Abb. 2.3.3c) beträgt U_{III} weiterhin etwa -2 V, U_{II} dagegen fast 0 V.

2.3.5.5 Potentialverteilung beim menschlichen Körper

Die Potentialverteilung im menschlichen Körper und auf der Körperoberfläche kommt analog zu der beim zweidimensionalen Modell zustande. Die von der Erregungsfront (“Stromquelle” oder Stromdipol) ausgehenden Ströme verteilen sich auf den gesamten leitfähigen Rumpf und führen dort sowie an der Körperoberfläche zu Potentialdifferenzen. Diese Potentialdifferenzen werden mit den EKG-Elektroden registriert. Die Potentialverteilung in der Frontalebene des Rumpfes ist der beim zweidimensionalen Modell sehr ähnlich. Sie ist jedoch aus zwei Gründen nicht ganz so symmetrisch:

- Der Körper ist nicht homogen leitfähig. Inhomogenitäten, z.B. die aufgrund der enthaltenen Luft weniger leitfähige Lunge, führen zu Verzerrungen der Strompfade und demzufolge auch der Äquipotentiallinien.
- Die Frontalebene des Körpers ist nicht kreisförmig. Insbesondere dort, wo die Extremitäten am Rumpf ansetzen, können sich die Strompfade in die Extremitäten ausbeulen. Das führt ebenfalls zu einer Verzerrung der Äquipotentiallinien.

Längs der Extremitäten ist das Potential nahezu konstant, da der Stromdipol innerhalb des Rumpfes liegt¹⁹. Wenn die EKG-Elektroden an den Händen und Füßen angeschlossen werden, so werden dort also in sehr guter Näherung die gleichen Potentiale bzw. Potentialdifferenzen gemessen wie dort, wo die Extremitäten am Rumpf ansetzen. Aus diesem Grund kann man die Geometrie, in der die EKG-Elektroden angeordnet werden, näherungsweise als gleichseitiges Dreieck beschreiben, in dessen Zentrum sich das Herz befindet, wie in Abb. 2.1.1 angedeutet.

2.3.5.6 Zeitaufgelöste Darstellung von EKG-Signalen

Im letzten Versuchsteil haben Sie “per Hand” die zeitaufgelöste Darstellung der Ableitungen kennengelernt. Wichtige Kenngrößen zur Beschreibung solcher Signale sind Amplitude \hat{U} , Periodendauer T und Frequenz ν . Die Definitionen von Amplitude und Periodendauer sind in Abb. 2.3.4 an einem Beispiel veranschaulicht.

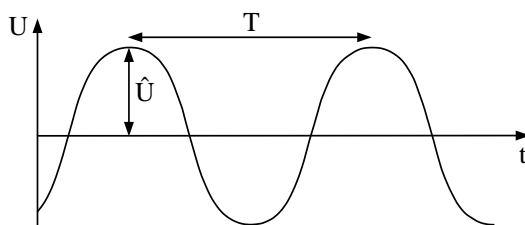


Abbildung 2.3.4: Kenngrößen periodischer Signale.

¹⁹Ein Strompfad, der z.B. in einen Arm hinein und parallel dazu wieder hinaus laufen würde, wäre extrem lang im Vergleich zu solchen, die innerhalb des Rumpfes verlaufen. Wegen der grossen Länge und des damit verbundenen grossen Gesamtwiderstands würde dort praktisch kein Strom fließen, der Strompfad also praktisch nicht existieren.

Ein sinusförmiges Signal, wie es in diesem Versuch annähernd vorliegt, ist durch diese Angaben vollständig beschrieben. Beim EKG ist die Periodizität nur annähernd gegeben und die Signalform komplizierter. Grundsätzlich werden jedoch auch bei der detaillierten Auswertung von EKG-Signalen die Periodendauer sowie die Amplitude der charakteristischen Wellen bzw. Zacken bestimmt.

2.3.5.7 Vektorkardiographie

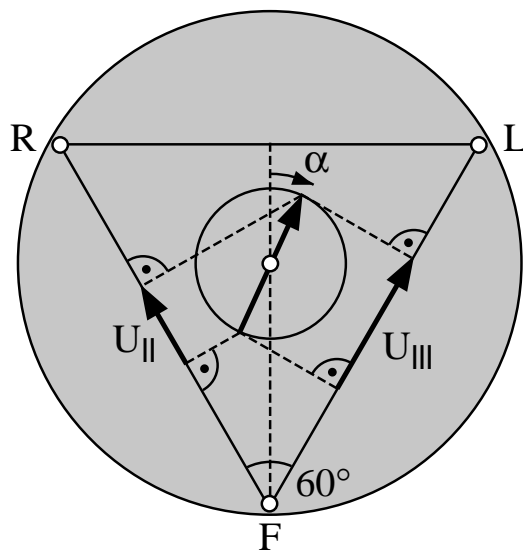


Abbildung 2.3.5: Projektionen des Herzvektors auf die Ableitungsrichtungen für U_{II} und U_{III} .

Eine Alternative zur Angabe der Werte der Ableitungen ist das **Vektorkardiogramm**. Dabei wird die Richtung des Stromdipols durch die Richtung und die Stromstärke durch den Betrag (die Länge) eines Vektors dargestellt. Er zeigt vom Minus- zum Pluspol der Stromquelle, also von der Quelle zur Senke negativer Ladungsträger. Diesen Vektor bezeichnet man als Herzvektor. Beim Herzen verändert er im Laufe der Erregungsausbreitung sowohl Richtung als auch Betrag. Beim EKG-Modell variiert nur die Richtung des Stromdipols, die Stromstärke bleibt immer gleich. Dementsprechend bleibt bei Rotation des Stromdipols der Betrag des Vektors konstant und die Spitze des Vektors beschreibt einen Kreis. Beim Vektorkardiogramm wird die sogenannte Vektorschleife graphisch dargestellt. Das ist der Weg der Vektorspitze, im Versuch also der Kreis (Abb. 2.3.5). Die Angabe der Vektorschleife enthält exakt die gleiche Information wie die Angabe von zwei der drei Ableitungen. Sie kann aus diesen Ableitungen rekonstruiert werden und umgekehrt. In Abb. 2.3.5 ist skizziert, wie die Ableitungen $U_{II} = \phi_F - \phi_R$ und $U_{III} = \phi_F - \phi_L$ mit den Projektionen des Herzvektors zusammenhängen: Eine Ableitung (z.B. U_{II}) ist zu jedem Zeitpunkt proportional zur Projektion des Herzvektors auf die Verbindungslinie zwischen den betreffenden Elektroden (bei U_{II} also auf die Verbindungslinie zwischen R und F). Dreht sich der ‐Herzvektor‐ um das Zentrum der Kreisscheibe, so verändern diese Projektionen ihre Längen. Im Fall des EKG-Modells bedeutet das: wenn sich der Stromdipol um den Winkel α gegenüber der Senkrechten gedreht hat, betragen die Ableitungen

(Abb. 2.3.5):

$$U_{\text{II}}(\alpha) = \hat{U} \cos(\alpha + 30^\circ)$$

und

$$U_{\text{III}}(\alpha) = \hat{U} \cos(\alpha - 30^\circ).$$

wobei \hat{U} eine Proportionalitätskonstante ist, die von der Geometrie und der Leitfähigkeit des Modells abhängt. Der Winkel von 30° ist dabei der Winkel zwischen der Senkrechten und einer der betrachteten Ableitungen.