

# Übungen zur Physik PHY 117, Serie 5, HS 2011

Abgabe: Gruppen 5 bis 8: 29.11., Gruppen 1 bis 4: 06.12., jeweils 12.00 Uhr

---

## Aufgaben

Ein allgemeiner Hinweis zum Rechnen ohne Taschenrechner: Bestimmen Sie immer zuerst eine Beziehung zwischen den gegebenen Variablen (lösen Sie das Problem als Gleichung). Erst dann setzen Sie Zahlenwerte ein. Zur Vereinfachung von Rechnungen können Sie folgende Näherungen verwenden (alle diese Näherungen stimmen auf mindestens 2% Genauigkeit):  $\pi^2 = 10$ ;  $7^2 = 50$ ;  $\sqrt{3} = 1.7$ ;  $\sqrt{2} = 1.4$ ;  $1/\sqrt{2} = 0.7$ ;  $\pi/2 = 1.6$ ;  $\sqrt{6} = 2.5$ ;  $8\pi = 25$ ;  $k_B T = 4pNnm$  (bei einer Temperatur von 293 K);  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;

### 1. Maxwell-Boltzmann'sche Geschwindigkeits Verteilung [4P]

Die Maxwell-Boltzmannsche Verteilung liefert die Wahrscheinlichkeit  $P(v)$  dafür, ein Atom der Masse  $m$  in einem Gas auf Temperatur  $T$  mit dem Betrag der Geschwindigkeit  $v$  zu finden:  $P(v) = \text{const} * v^2 \exp(-\frac{mv^2}{2k_B T})$ .

(a) Ermitteln Sie durch Differenzieren der Verteilungsfunktion deren Maximum  $v_{max}(T)$ . Was bedeutet dieser Wert physikalisch?

(b) Ermitteln Sie das zweite Moment der Verteilung, also  $\langle v^2 \rangle = (\int v^2 P(v) dv) / (\int P(v) dv)$ . Was bedeutet dieser Wert physikalisch? Benützen Sie, dass  $\int x^2 \exp(-x^2/2) dx = \sqrt{\pi/2}$  und

$$\int x^4 \exp(-x^2/2) dx = 3\sqrt{\pi/2}$$

(c) Nach der Boltzmann-Verteilung wird die Reaktionsrate einer chemischen Reaktion durch die Aktivierungsenergie  $\Delta E$  und  $k_B T$  bestimmt mittels  $k = k_0 \exp(-\Delta E / (k_B T))$ . Wenn Sie bei Raumtemperatur ( $T = 293(3)K$ ) eine gewisse Reaktionsrate  $k$  haben für einen Prozess mit einer Aktivierungsenergie von  $\Delta E = 4.0(4) \cdot 10^{-20} J$ , bei welcher Temperatur haben Sie die doppelte Reaktionsrate? Benützen Sie die Taylor-Entwicklung  $1/(1-x) = 1+x$  als Näherung.

(d) Bestimmen Sie den Fehler der unter (c) bestimmten Grösse.

### 2. spezifische Wärmen [2P]

Wir haben in der Vorlesung die spezifische Wärme bei konstantem Volumen,  $C_V$  kennengelernt. Dabei haben wir die innere Energie betrachtet, die in diesem Fall direkt die zugeführte Wärme bestimmt hat. Mit Hilfe des Äquipartitionsprinzips ist es möglich die innere Energie direkt auszurechnen.

(a) Was ist  $C_V = \frac{\partial Q}{\partial T}$  bei konstantem Volumen für ein ideales, zweiatomiges Gas? Denken Sie an die verschiedenen Bewegungsmöglichkeiten der Atome um die thermodynamischen Freiheitsgrade zu bestimmen.

(b) Was ist die spezifische Wärme bei konstantem Druck? Diese ist ebenfalls definiert als  $C_p = \frac{\partial Q}{\partial T}$ , allerdings bei konstantem Druck. Um dies zu bestimmen, betrachten Sie die ideale Gasgleichung um den Anteil der inneren Energie durch die Arbeit des Druckes  $W = p\Delta V$  zu bestimmen. Bestimmen Sie quantitativ den Wert für ein einatomiges ideales Gas.

### 3. thermisches Gleichgewicht [3P]

Betrachten Sie ein System mit einer Trennwand, sowie rechts und links je einem Gas. In den Volumina  $V_1$  und  $V_2$  befinden sich ein ideales Gas, am Anfang sind die Werte von  $p$ ,  $V$  und  $T$  auf beiden Seiten unterschiedlich. Dies ist der Anfangszustand des Systems, das sich dann selbst überlassen wird. Am Ende des Prozesses bezeichnen wir die Grössen mit  $p'$ ,  $V'$  und  $T'$ . Überlegen Sie, welches jeweils der thermodynamische Gleichgewichtszustand sein wird, d.h. ob jeweils  $p'_1 = p'_2$ ,  $T'_1 = T'_2$  und  $V'_1 = V'_2$ .

Durch die Zwischenwand sind die beiden Teilsysteme in Wärmekontakt, aber das ganze System ist nach aussen isoliert. Wir betrachten drei verschiedene Fälle (siehe unten). Welche Grössen ( $p$ ,  $V$ ,  $T$ ) werden im Gleichgewicht gleich, welche bleiben verschieden? (Nicht rechnen, nur überlegen!)

- a) Die Zwischenwand bleibt fest.
- b) Die Zwischenwand ist beweglich
- c) Die Zwischenwand ist fest, aber für die Teilchen durchlässig

#### 4. Konvektion [5P]

Wir haben in der Vorlesung gesehen, dass bei Temperaturunterschieden in einem Gas oder einer Flüssigkeit Strömungen entstehen, die für makroskopischen Transport verantwortlich sind. Ob eine solche Strömung entsteht hing von verschiedenen Parametern, wie der Viskosität, der thermischen Leitfähigkeit und der thermischen Expansion ab. Wir wollen uns diese für ein Gas explizit überlegen und dann bestimmen ab welchen Grössen in einem Gas konvektiver Transport auftritt.

a) Was ist der thermische Ausdehnungskoeffizient eines idealen Gases? Der Ausdehnungskoeffizient ist definiert als die relative Volumenänderung mit der Temperatur, also  $\alpha = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T}$ , bei konstantem Druck. Benützen Sie das ideale Gasgesetz  $pV = Nk_B T$  um zu zeigen, dass für den Ausdehnungskoeffizienten gilt:  $\alpha = 1/T$ .

b) Bestimmen Sie die mittlere freie Weglänge,  $\ell$  in einem Gas bei der Temperatur  $T = 293K$  und dem Druck  $p = 10^5 Pa$ . Des Weiteren soll das Gas aus Atomen mit dem Durchmesser  $d = 2\text{\AA}$  bestehen. Bedenken Sie dabei, dass  $\ell = \frac{1}{2\pi d^2 N/V}$  gilt.

c) Bestimmen Sie die Viskosität des Gases. Bedenken Sie dazu, dass die Viskosität durch zufällige Stösse der Gasmoleküle zustande kommt, also dass die kinematische Viskosität  $\nu = \eta/\rho = \langle v \rangle \ell / 3$  ist im dreidimensionalen. Benützen Sie als Mass für die Geschwindigkeit der Teilchen  $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3k_B T/m}$ , das Sie oben aus der Maxwell-Boltzmann Verteilung bestimmt haben. Für Luft gilt  $m \simeq 30Da$ , also  $\langle v \rangle \simeq 500m/s$ . Die Dichte von Luft ist etwa  $\rho = 1kg/m^3$ .

d) Die Wärmeleitfähigkeit lässt sich analog zur Viskosität bestimmen und die thermische Diffusivität von Luft hat in etwa den gleichen Wert wie die kinematische Viskosität  $\kappa \simeq \nu \simeq 2.0(2) \cdot 10^{-5} m^2/s$ . Mit der thermischen Ausdehnung aus Teil (a)  $\alpha = 1/T$ , können wir also die Rayleigh-Zahl  $Ra = \frac{g \Delta T d^3 \alpha}{\kappa \nu}$  für ein Gas bestimmen. Konvektion tritt auf, wenn die Rayleigh Zahl grösser ist als  $Ra_{krit} \simeq 2.0(2) \cdot 10^3$ . Wenn wir also bei Raumtemperatur  $T = 293(3)K$  sind und Temperaturunterschiede von  $\Delta T = 0.010(1)K$  haben zwischen verschiedenen Schichten, wie weit müssen diese Schichten dann auseinander sein um zu Konvektion zu führen.

e) Was ist der Fehler des unter d) berechneten Werts?

### Multiple-Choice Aufgaben

#### 1. Taylor-Entwicklung - Typ A, 1P

Was ist die Taylor-Entwicklung von  $\exp(x)$ , wenn  $x$  klein ist?

- A  $1 - x$
- B  $x$
- C  $x^2$
- D  $1 + x$
- E  $1/x$
- F  $\sqrt{x}$

#### 2. Entropie - Typ A, 1P

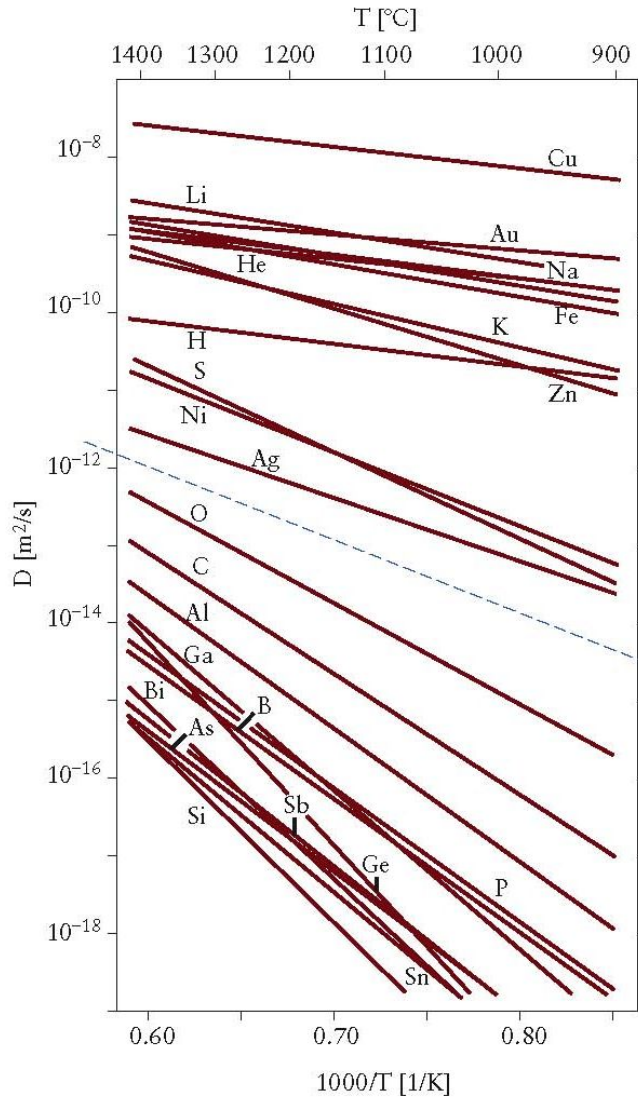
Was passiert mit der Entropie (eines idealen Gases) wenn Sie die Anzahl Teilchen verdoppeln? Temperatur und Volumen bleiben konstant.

- A Sie verdoppelt sich
- B Sie halbiert sich

- C Sie bleibt gleich
- D Sie nimmt um  $k_B \ln(2)$  zu
- E Sie nimmt um  $k_B \ln(2)$  ab

### 3. Diffusion und Boltzmann Verteilung - Typ B, 3P

In der unten stehenden Figur sind die Temperaturabhängigkeiten der Diffusionskonstanten für viele Stoffe in Silizium angegeben. Die Aktivierungsenergie ist die Energiebarriere, die ein Atom überwinden muss um sich von einem Platz zum nächsten zu bewegen. Welche Aussage ist richtig?



- A Die Diffusionskonstante ist umgekehrt proportional zur Temperatur.
- B Die Diffusionskonstante hängt linear von der Temperatur ab.
- C Die Diffusionskonstante hängt exponentiell von  $1/T$  ab.
- D Die Aktivierungsenergie von Aluminium (Al) ist kleiner als die von Kupfer (Cu).
- E Die Diffusionskonstante ist hängt vom Material ab.
- F Die Aktivierungsenergien in der unteren Hälfte des Graphen sind grösser als die in der oberen Hälfte.

November 15, 2011