Übungen zur **Physik** PHY 117, **Serie 4**, HS 2011

Abgabe: Gruppen 5 bis 8: 15.11., Gruppen 1 bis 4: 22.11., jeweils 12.00 Uhr

---

Lösungen zu den Aufgaben

1. **Energieerhaltung** [4P]

   (a) Energieerhaltung sagt uns, dass $E_{pot} = mgh$ am Anfang gleich $E_{kin} = mv^2/2$ am Schluss ist. Also ist $mgh = mv^2/2$. Auflösen nach v ergibt $v = \sqrt{2gh}$. Bei konstanter Beschleunigung wird diese Geschwindigkeit nach der Zeit $T = v/g = \sqrt{2h/g}$ erreicht.

   (b) Beim Punkt der maximalen Auslenkung gilt: $E = mg(h - (L + x)) + kx^2/2$, die potentielle Energie hat sich um die Länge des Seils L und die Ausdehnung des Seils x verringert, dafür ist das Seil ausgezogen, was eine potentielle Energie von $kx^2/2$ kostet. Die kinetische Energie ist gleich Null, da bei der maximalen Auslenkung die Geschwindigkeit Null ist. Vor dem Sprung ist nur die potentielle Energie der Höhe vorhanden, also $E = mgh$. Energieerhaltung sagt nun: $mgh = mg(h - (L + x)) + kx^2/2$ oder $0 = -mgL - mgx + kx^2/2$. Auflösen dieser Gleichung nach x ergibt $x = (mg + \sqrt{(mg)^2 + 2mgLk})/k = (mg/k) + \sqrt{(mg/k)^2 + 2L(mg/k)}$. Die Fallstrecke ist dann gegeben durch $x+L$. Numerisch ist $mg/k = 10$ m, also $x = 10m+\sqrt{100m^2 + 2 \cdot 10m \cdot 10m} = 10m + \sqrt{300m^2} = 10m + \sqrt{3} \cdot 10m = 27m$, was einer Fallstrecke von 37 m entspricht.

   (c) Die totale Energie ist $E = E_{pot} + E_{kin} = (kx^2 + mv^2)/2$. Mit $v = -\omega x_0 sin(\omega t)$ erhalten wir die totale Energie von $E = (m \cdot \omega^2 \cdot x_0^2 sin^2(\omega t) + k \cdot x_0^2 \cdot cos^2(\omega t))/2$.

   (d) Mit $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$ erhalten wir aus c): $E = (m \cdot \omega^2 \cdot x_0^2 + (k - m\omega^2) \cdot x_0^2 \cdot cos^2(\omega t))/2 = m \cdot \omega^2 \cdot x_0^2 + (k - m\omega^2) \cdot x(t)^2)/2$. Der x-abhängige Term hängt auch von der Zeit ab, das heisst damit die Energie konstant bleibt, muss der Vorfaktor vor $x(t)$ gleich Null sein. Wir erhalten also: $(k - m\omega^2) = 0$ oder $\omega = \sqrt{k/m}$.

2. **Diffusion von Molekülen** [5P]

   (a) Aus der Einstein Beziehung und der Stokes'schen Reibung erhalten wir: $D = k_BT/f = k_BT/(2\pi\eta L)$. Eingesetzt: $D = \frac{4pNnm}{2\pi 10^{-3}\pi 10^{-8}Pams} = \frac{410^{-21}Nm}{2\pi^2 10^{-11}Ns/m} = 2 \cdot 10^{-21}10^{10}m^2/s = 2 \cdot 10^{-11}m^2/s = 20(\mu m)^2/s$.

   (b) Es werden nur die relativen Fehler gebraucht: $\sigma_D^2/D^2 = \sigma_\eta^2/\eta^2 + \sigma_L^2/L^2 = 0.01^2 + 0.01^2 = 2 * 0.01^2$. Damit ist der relative Fehler: $\sigma_D/D = \sqrt{2}{\cdot}0.01 = 0.014 = 1.4\%$. Absolut: $\sigma_D \simeq 3{\cdot}10^{-13}m^2/s$

   (c) Wir suchen die Zeit nach der $\ell = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = 10m$. Aus der mittleren Abweichung erhalten wir $t = \langle x^2 \rangle/(6D) = \ell^2/(6D)$. Einsetzen ergibt: $t_{10m} = 100m^2/(96mm^2/s) = \frac{100}{96} \cdot 10^6 s \simeq 10^6 s \simeq 12$ Tage.

   (d) Jetzt ist $\ell = 500\mu m = 5 \cdot 10^{-4}m$. Also ist $t_{500\mu m} = 25 \cdot 10^{-8}m^2/(96 \cdot 10^{-6}m^2/s) = \frac{25}{96} \cdot 10^{-2}s \simeq 2.5ms$.

   (e) In beiden Fällen ist die einzige fehlerbehaftete Grösse die Diffusivität mit einem relativen Fehler von $1/16 \simeq 6\%$. Damit haben die Zeiten auch je einen relativen Fehler von 6%. Also $\sigma_{t_{100m}} \simeq 0.7$ Tage und $\sigma_{t_{500\mu m}} \simeq 0.15ms$

3. **Wechselwirkung zwischen Molekülen** [4P]

   Die Gesamtwechselwirkung von zwischenmolekularen Kräften wird oft durch das sogenannte Lennard-Jones Potential beschrieben. Hierbei ist die potentielle Energie zweier Moleküle niederer Molmasse im Abstand r gegeben durch

   $E_{pot} = -\frac{M}{r^6} + \frac{N}{r^{12}}$ mit M, $N > 0$

   (a) $F = -\frac{\partial E_{pot}}{\partial r}$. Für den ersten Term erhalten wir $\frac{-6M}{r^7}$, für den zweiten $\frac{12N}{r^{13}}$. Die erste Kraft (Minuszeichen) wirkt entgegen dem Abstand, ist also anziehend, die zweite umgekehrt abstossend.

(b) Gleichgewichtslage ist da wo die beiden Kräfte aus a) gleich sind, also $\frac{6M}{r_{min}^7} = \frac{12N}{r_{min}^{13}}$. Das gleiche Ergebnis erhält man wenn man das Minimum der Energie bestimmt. Auflösen dieser Gleichung ergibt: $r_{min}^6 = 2N/M$. Die potentielle Energie ist dann $E_{pot}(r_{min}) = -\frac{M}{r_{min}^6} + \frac{N}{r_{min}^{12}} = -\frac{M}{2N/M} + \frac{N}{4N^2/M^2} = -\frac{M^2}{2N} + \frac{NM^2}{4N^2} = -\frac{M^2}{2N} + \frac{M^2}{4N} = -\frac{M^2}{4N}$.

(c) Skizze

(d) Aus (b) haben wir: $r_{min} = (2N/M)^{1/6}$ und $E_{pot}(r_{min}) = -\frac{M^2}{4N}$. Betrachten wir die relativen Fehler, so gilt $r_r^2 = 1/36(r_M^2 + r_N^2)$ und $r_E^2 = 4r_M^2 + r_N^2$. Da wir gegeben haben, dass $r_M = r_N = 0.01$ erhalten wir: $r_r = 0.01 \cdot \sqrt{2}/6 = \sqrt{2}/6\% \simeq 0.25\%$. und $r_E = \sqrt{5} \cdot 0.01 = \sqrt{5}\% \simeq 2.2\%$.

Multiple-Choice Aufgaben

1. **ideales Gas - Typ A, 1P**

   Für ein ideales Gas (z.B. Helium in guter Näherung) ist der Energie-Inhalt direkt proportional zur Temperatur (ideales Gasgesetz). Wenn ein Helium Ballon bei einer Temperatur von 2°C soweit geheizt wird, dass er doppelt so viel Energie-Inhalt hat, bis zu welcher Temperatur muss man dann heizen?

   D 277 °C oder 550 K

2. **Impulserhaltung - Typ A, 1P**

   Was gilt bei einer direkten Kollision zwischen einer Möve mit einem Linienjet?

   C Die Impulsänderung der Möve geteilt durch die Kollisionszeit ergibt die mittlere Kraft auf den Jet

3. **Energie - Typ B, 3P**

   Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

   B Die potentielle Energie einer gespannten Feder ist $kx^2/2$

   D Wärme ist eine Form von Energie

   E In einem abgeschlossenen System ist die Summe der potentiellen und der kinetischen Energie konstant, ausser es gibt Reibung oder andere nicht-konservative Kräfte

November 1, 2011