Übungen zur **Physik** PHY 117, **Serie 3**, HS 2011

Abgabe: Gruppen 5 bis 8: 01.11., Gruppen 1 bis 4: 08.11., jeweils 12.00 Uhr

---

Lösungen zu den Aufgaben

1. **Kreisbahn** [4P]

   a) Für die Feder gilt die Bewegungsgleichung: $ma = k\Delta x$, d.h. die Feder wird durch die Kreisbeschleunigung ausgezogen. Da die Feder im Kreis bewegt wird und die Kraft nur in radialer Richtung wirkt betrachten wir nur die Radialkomponente, also x läuft immer entlang des Radius. Wenn wir für ma die Kreisbeschleunigung einsetzen, erhalten wir $m\omega^2 x$, wobei x die radiale Position des Federendes angibt und ω die Kreisfrequenz. Mit $\Delta x = x - L$, L Länge der Feder wird die Bewegungsgleichung schliesslich: $m\omega^2 x = k(x - L)$.

   (b) Bei einer Rotation mit einer Periode T ist die Frequenz $\omega = 2\pi/T$ und die Kreisbeschleunigung ist $a = \omega^2 x$. Nach a) wirkt die Kraft m a auf die Feder. Die Bewegungsgleichung lautet dann $k(x - L) = m\omega^2 x$. Auflösen nach x ergibt $x(k - m\omega^2) = kL$, bzw. $x = kL/(k - m\omega^2) = kL/(k - 4m\pi^2/T^2)$. Mit Zahlenwerten: $x = 100N/m 0.1m/(100N/m - 4 * 0.5kg\pi^2/1s^2) = 10N/(100N/m - 20N/m) = 10/80m = 12.5cm$

   (c) Mit $x = kL/(k - 4m\pi^2/T^2)$ müssen wir für Fehlerfortpflanzung berechnen: $\partial x/\partial L$, $\partial x/\partial k$, $\partial x/\partial m$, $\partial x/\partial T$. Dafür erhalten wir: $\partial x/\partial L = x/L$, $\frac{\partial x}{\partial k} = \frac{x}{k}(1 - x/L)$, $\frac{\partial x}{\partial m} = \frac{x}{m}\frac{1}{(k/(m\omega^2) - 1)}$, $\frac{\partial x}{\partial T} = 2\frac{x}{T}\frac{1}{(k/(m\omega^2) - 1)}$. Betrachten wir nun die relativen Fehler, und setzen ein für die Vorfaktoren ergibt sich: $r_x^2 = r_L^2 + 0.25^2 r_k^2 + 0.25^2 r_m^2 + 0.5^2 r_T^2$. Mit den jeweiligen relativen Fehlern von $r_L = 0.1$, $r_k = 0.01$, $r_m = 0.02$, $r_T = 0.1$ erhalten wir $r_x^2 = (1 + 0.25^2 0.1^2 + 0.25^2 0.2^2 + 0.5^2)0.1^2 \simeq 0.0125$ oder $r_x = 0.11$ das heisst für den absoluten Fehler: $\sigma_x = 1.3cm$.

2. **Kräfte** [3P]

   (b) Wir haben 4 pN pro Molekül und $200N/(5cm^2) = 40N/cm^2$ als Kraft pro Muskelfläche. Damit ergeben sich $\frac{40N/cm^2}{4pN} = 10^{13}$ Moleküle pro cm^2. Würden wir die 21 nm langen Myosinköpfe aneinanderreihen, brauchen wir für einen cm $5 * 10^5$ Moleküle. Wenn wir den Actin-Strang auch noch betrachten, kommen noch 8 nm dazu, also etwa $3 * 10^5$ Sarkomere. In einer Fläche gerechnet gibt das eine Dichte von etwa 10^{11} Myosin-Molekülen pro cm^2. Um also auf die gleiche Anzahl an Myosin-Molekülen zu kommen die wir brauchen um die Kraft des Muskels auszuüben, müsste man etwa 100 Moleküle in einer Reihe anordnen, pro Sarkomer. Die genaue Zahl wird von der geometrischen Anordnung der Sarkomere im Muskel abhängen (z.B. hexagonal oder quadratisch). Aus geometrischen Gründen können es auch nicht mehr als 200 Moleküle sein (12 nm Schrittlänge und 2.5 μm Sarkomer-Länge). Experimentell findet man typischerweise 150 Myosin-Moleküle pro Sarkomer.

3. **Viskose Reibung** [5P]

   (a) Die Kräfte die wirken sind die Reibung und die Gravitation, d.h. die Bewegungsgleichung wird $mdv/dt = -mg + 6\pi\eta_{Luft} rv$. Wenn der Tropfen mit konstanter Geschwindigkeit fällt, ist $dv/dt = 0$, die Bewegungsgleichung ergibt also $mg = 6\pi\eta_{Luft} rv$. Die Masse des Tropfens hängt auch noch von seiner Grösse ab, wir müssen also einsetzen $m = 4\pi/3r^3\rho_{Wasser}$. Das egibt: $4\pi/3r^3\rho_{Wasser}g = 6\pi\eta_{Luft} rv$. Auflösen nach v ergibt: $v = \frac{2\rho_{Wasser}gr^2}{9\eta_{Luft}}$.

   (b) In der der obigen Gleichung für v können wir einsetzen - für r_1 gilt: $v = \frac{210^3 kg/m^3 10m/s^2 0.45^2 10^{-6}m^2}{91.810^{-5}Pas} = \frac{0.90.4510^{-2}kg/s^2}{91.810^{-5}kg/(ms)} = \frac{910^{-3}ms/s^2}{4*910^{-5}} = \frac{10^{-3}m/s}{4*10^{-5}} = 25m/s$. Dies ist sehr schnell und nicht realistisch - vergleiche Aufgabenteil d. Für r_2 können wir die Abhängigkeit von r in v ausnützen: $v(r_2) = v(r_1)r_2^2/r_1^2$. $r_2^2/r_1^2 = 1/100$, also gilt für $v(r_2) = 25m/s * 1/100 = 0.25m/s$.

Fehlerbetrachtung: $\partial v/\partial r = 2v/r$, $\partial v/\partial\eta = -v/\eta$. Also gilt für den relativen Fehler: $\sigma_v^2/v^2 = \sigma_\eta^2/\eta^2 + 4\sigma_r^2/r^2$. Sowohl für r_1 und r_2 gilt: $\sigma_r/r = 0.5/4.5 = 1/9$, $\sigma_\eta/\eta = 1/18$. Eingesetzt: $\sigma_v^2/v^2 = 1/18^2 + 4(1/9)^2 = 17/18^2$. Damit wird der relative Fehler: $\sigma_v/v = \sqrt{17}/18 = 0.22$.

(c) $Re = \rho_{Luft} * r * v/\eta$, $\rho_{Luft} = 1kg/m^3$, $v = 25m/s$, $r = 0.45mm$, $\eta_{Luft} = 1.810^{-5}Pas$. Damit wird $Re = \frac{1kg/m^3 \cdot 0.45 \cdot 10^{-3}m \cdot 25m/s}{1.810^{-5}Pas} = \frac{0.01 \cdot 2.5 \cdot 0.45kg/(ms)}{1.810^{-5}kg/(ms)} = 0.62510^3 = 625$. Dies ist höher als $Re_{krit} = 10^2$, es muss also turbulente Strömung betrachtet werden.

(d) $F = 2 * \pi * \rho_{Luft} * r^2 * v^2$ ändert sich die Bewegungsgleichung zu $mdv/dt = -mg + 2 * \pi * \rho_{Luft} * r^2 * v^2$. Wieder soll $dv/dt = 0$ gelten, dann ist $mg = 2 * \pi * \rho_{Luft} * r^2 * v^2$. Das Tropfenvolumen eingesetzt ergibt: $4\pi/3r^3\rho_{Wasser}g = 2 * \pi * \rho_{Luft} * r^2 * v^2$. Auflösen nach v gibt schliesslich: $v = \sqrt{\frac{2r\rho_{Wasser}g}{3\rho_{Luft}}}$. Eingesetzt: $v = \sqrt{\frac{20.4510^{-3}m10m/s^2 10^3kg/m^3}{3kg/m^3}} = \sqrt{9/3}m/s = \sqrt{3}m/s = 1.7m/s$. Dies passt mit der Erfahrung überein.

Multiple-Choice Aufgaben

1. **Kinematik - Typ A, 1P**

   B Die Geschwindigkeit nimmt zu wie t

2. **Kräfte und Reibung - Typ A, 1P**

   B $0 \text{ m/s}^2 \leqslant a \leqslant 9.8 \text{ m/s}^2$

3. **Kräftegleichgewicht - Typ B, 3P**

   C Die Beträge der beiden Normalkräfte N_1 und N_2 sind gleich gross, weil sich die Person horizontal nicht bewegt.

October 20, 2011