Übungen zur **Physik** PHY 117, **Serie 1**, HS 2011

Abgabe: Gruppe A 5.10., Gruppe B: 12.10.

Lösungen zu den Aufgaben

1. **absolute und relative Fehler** [4P]

   (a) Fehler der 250 μl sind $0.01 \cdot 250\mu\text{l} = 2.5\ \mu$l. Für die 50 μl ist der Fehler $0.01 \cdot 50\mu\text{l} = 0.5\ \mu$l. Auf der Gesamtmenge ergibt sich somit ein Fehler von: $\sigma_{tot}^2 = (2.5^2 + 0.5^2)\mu l^2 = 6.5\mu l^2$. D.h. $\sigma_{tot} = 2.6\mu$l

   (b) Fehler der 150 μl sind beides Mal $0.01 \cdot 150\mu\text{l} = 1.5\ \mu$l. Auf der Gesamtmenge ergibt sich somit ein Fehler von: $\sigma_{tot}^2 = (1.5^2 + 1.5^2)\mu l^2 = 4.5\mu l^2$. D.h. $\sigma_{tot} = 2.1\mu$l

   (c) Fehler der 5 μl sind 0.01 5 μl = 0.05 μl. Das Ganze wird 60-mal gemacht. Auf der Gesamtmenge ergibt sich also ein Fehler von: $\sigma_{tot}^2 = 60 \cdot 0.05^2\mu l^2 = 0.15\mu l^2$. D.h. $\sigma_{tot} = 0.39\mu$l

   (d) Fehler der 5 μl sind wieder 0.01 5 μl = 0.05 μl. Fehler der 150 μl sind entsprechend $0.01 \cdot 150\mu\text{l} = 1.5\ \mu$l. Auf der Gesamtmenge ergibt sich also ein Fehler von: $\sigma_{tot}^2 = 30 \cdot 0.05^2\mu l^2 + 1.5^2\mu l^2 = 2.4\mu l^2$. D.h. $\sigma_{tot} = 1.6\mu$l

2. **Fehlerfortpflanzung** [4P]

   a) $\sigma_c^2 = \left(\frac{\partial c}{\partial \lambda}\right)^2 \sigma_\lambda^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial c_0}\right)^2 \sigma_{c_0}^2$. Mit $c(x) = c_0 exp(-x/\lambda)$ wird:

   $\frac{\partial c}{\partial \lambda} = c_0 exp(-x/\lambda)\frac{x}{\lambda^2} = \frac{c(x)x}{\lambda^2}$

   $\frac{\partial c}{\partial c_0} = exp(-x/\lambda) = \frac{c(x)}{c_0}$

   Damit wird $\sigma_c^2 = c(x)^2\left(\frac{\sigma_{c_0}^2}{c_0^2} + \frac{x^2}{\lambda^2}\frac{\sigma_\lambda^2}{\lambda^2}\right)$. Für den relativen Fehler gilt also: $\frac{\sigma_c^2}{c(x)^2} = \left(\frac{\sigma_{c_0}^2}{c_0^2} + \frac{x^2}{\lambda^2}\frac{\sigma_\lambda^2}{\lambda^2}\right)$.

   Numerische Werte: mit $\frac{\sigma_{c_0}^2}{c_0^2} = 0.2^2 = 0.04$, $\frac{\sigma_\lambda^2}{\lambda^2} = (20/100)^2 = 1/25 = 0.04$ und $\frac{x^2}{\lambda^2} = (200/100)^2 = 4$ ergibt sich: $\frac{\sigma_c^2}{c(x)^2} = 0.04 + 4 * 0.04 = 0.2$. Das ergibt: $\frac{\sigma_c}{c} = 0.44$

   b) Auflösen der Gleichung $c(x_T) = c_T$ ergibt: $ln(c_T/c_0) = -x_T/\lambda$. Das lässt sich umformen in $x_T = \lambda ln(c_0/c_T)$. Numerisch ergibt sich ein Wert von $x_T = 100\mu\text{m}\ ln(5) \simeq 160\mu$m

   Fehlerfortpflanzung: $\sigma_{x_T}^2 = \left(\frac{\partial x_T}{\partial \lambda}\right)^2 \sigma_\lambda^2 + \left(\frac{\partial x_T}{\partial c_0}\right)^2 \sigma_{c_0}^2$.

   $\frac{\partial x_T}{\partial \lambda} = ln(c_0/c_T) = \frac{x_T}{\lambda}$

   $\frac{\partial x_T}{\partial c_0} = \lambda \frac{c_T}{c_0}\frac{1}{c_T} = \frac{\lambda}{c_0}$

   Damit ergibt sich: $\sigma_{x_T}^2 = \frac{x_T^2}{\lambda^2}\sigma_\lambda^2 + \frac{\lambda^2}{c_0^2}\sigma_{c_0}^2 = \frac{\sigma_\lambda^2}{\lambda^2}x_T^2 + \frac{\sigma_{c_0}^2}{c_0^2}\lambda^2$.

   Numerisch ergibt sich: $\sigma_{x_T}^2 = (160^2 \times 0.04 + 100^2 \times 0.04)\mu m^2 = (1.6^2 + 1) \cdot (20)^2 \mu m^2 \simeq 40^2 \mu m^2$. Also ist $x_T = 160 \pm 40\mu m$

3. **Fehlerrechnung** [4P]

   (a) Einerseits haben wir die Ungenauigkeit der Längenmessung der definierten Strecke. Diese Messung ist sicher mit einer Genauigkeit von 0.01 m möglich (Massstab mit cm Einteilung und Ausrichten des Massstabs auf einen cm). Für die Flugstrecke können wir noch eine weitere Ungenauigkeit haben, nämlich, dass das Flugzeug nicht gerade fliegt, also zwischen den Fixpunkten eine etwas längere Strecke fliegt. Diese Ungenauigkeit geht nur in Richtung einer grösseren Strecke und ist im Bereich von 2%. Eine Unsicherheit, die die effektive Strecke kleiner macht kommt im Paralaxenfehler auch noch zu tragen. Auch der ist in der Grössenordnung von 2%, das macht das Fehlerintervall symmetrisch. Wir haben also $\sigma_{\Delta L} = 0.02 * L = 0.02 * 4.8m \simeq 0.1m$.

Für die Zeitmessung haben wir einerseits die Genauigkeit der Stoppuhr, also 0.01 s, entscheidend ist aber die Unsicherheit in der Drückzeit, die etwa 0.1 s beträgt, also $\sigma_{\Delta t} = 0.1s$.

(b) Der Mittelwert $\langle \Delta t \rangle = \frac{1}{N} \sum_i \Delta t_i$. Wir haben im total 12 Messungen, also N=12 und die verschiedenen Δt_i eingesetzt ergibt $\langle \Delta t \rangle = (1.20 + 1.16 + 1.23 + 1.06 + 1.12 + 1.14 + 1.05 + 1.28 + 1.15 + 1.05 + 1.15 + 1.25)s/12 = 1.153s$.

(c) Die Varianz des Mittelwerts ist gegeben durch $var = \frac{1}{N-1} \sum_i (\Delta t_i - \langle \Delta t \rangle)^2$. Die Differenzen für die verschiedenen Messungen sind (in Sekunden): 0.0466; 0.0166; 0.0766; -0.0933; -0.0333; -0.0133; -0.1033; 0.1266; -0.0033; -0.1033; -0.0033; 0.0966. Also erhalten wir für die Varianz: $var = (0.0466^2 + 0.0166^2 + 0.0766^2 + 0.0933^2 + 0.0333^2 + 0.0133^2 + 0.1033^2 + 0.1266^2 + 0.0033^2 + 0.1033^2 + 0.0033^2 + 0.0966^2)/11s^2 = 0.0642/11s^2 = 0.0058s^2$. Das ergibt eine Standardabweichung von $std = 0.08$ s. Dies ist nicht weit entfernt von dem geschätzten Fehler der Zeitmessung.

Für den Fehler des Mittelwerts erhalten wir dann $\sigma_{\Delta t} = std/\sqrt{N} = 0.02s$.

(d) Wir haben also $\Delta x = 4.8 \pm 0.1m \simeq 4.8(1)m$ sowie $\Delta t = 1.15 \pm 0.02s = 1.15(2)s$. In der Vorlesung haben wir gesehen, dass wir für die Geschwindigkeit die relativen Fehler quadratisch addieren müssen, also $\frac{\sigma_v^2}{v^2} = \frac{\sigma_{\Delta t}^2}{\Delta t^2} + \frac{\sigma_{\Delta x}^2}{\Delta x^2}$. Mit obigen Zahlen erhalten wir: $\frac{\sigma_v^2}{v^2} = \frac{0.02^2}{1.15^2} + \frac{0.1^2}{4.78^2} = \frac{0.0004}{1.322} + \frac{0.01}{23} = 0.00074$. Damit erhalten wir $\sigma_v = 0.03 * v$, wobei $v = \Delta x/\Delta t = 4.78/1.15m/s = 4.2m/s$, also $\sigma_v = 0.1m/s$. Also wir erhalten: $v = 4.2(1)m/s$.

Multiple-Choice Aufgaben

1. **Wissenschaftliche Aussagen - Typ A, 1P**

   A ist richtig, denn nur A ist so formuliert, dass sich die Aussage falsifizieren lässt. Sie ist im Juli 1969 von Neil Armstrong und Buzz Aldrin auch falsifiziert worden.

2. **logarithmische Darstellung - Typ A, 1P**

   B, denn ein Potenz-Gesetz ergibt in doppel-log Darstellung eine Gerade mit der Steigung die der Potenz entspricht. Eine Gerade $y = a * x$ ist ein Potenzgesetz mit Potenz 1.

3. **Falsche Aussagen - Typ B, 3P**

   C und D haben sich wiederholt als falsch erwiesen und widersprechen elementarster Logik. Im Gegensatz zu den anderen Möglichkeiten haben sie nicht wiederholt einer experimentellen Überprüfung stand gehalten bevor sie falsifiziert wurden. Bei den anderen Fällen hat man also später eingesehen, dass sie Spezialfälle allgemeinerer Theorien sind.

October 18, 2011